



MATEMÁTICA E REALIDADE: UMA PROPOSTA DE LEON BATTISTA ALBERTI

Gabriel Valenga Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO gabrielbthvalenga@gmail.com

Mário Umberto Menon Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO menon@unicentro.br

Resumo: Esta pesquisa retrata as contribuições educacionais e matemáticas da obra Matemática Lúdica de Leon Battista Alberti, matemático italiano que viveu no fim da Idade Média (1404-1472). Trata-se de uma pesquisa exploratória e bibliográfica, onde foram analisados livros de história da matemática, alguns livros didáticos e o tratado Matemática Lúdica, obra que utiliza ferramentas matemáticas para resolver problemas práticos do cotidiano medieval. Para tanto, foram realizadas demonstrações de alguns problemas contidos no tratado, seus respectivos raciocínios e sua apresentação em livros didáticos da atualidade. Dentre as conclusões, o trabalho de Alberti é importante ao demonstrar a união da matemática à realidade do seu tempo, deixa possibilidade de unir seus desafios à conteúdos do currículo atual, de modo especial semelhança de triângulos, ângulos e teorema de Tales.

Palavras-chave: Matemática. Cotidiano. História da matemática. Triângulos.

INTRODUÇÃO

Este artigo é o resultado de um trabalho de conclusão de curso em Licenciatura em Matemática na UNICENTRO (Irati – PR), com o objetivo de investigar as contribuições da obra Matemática Lúdica de Leon Battista Alberti, arquiteto e matemático italiano que viveu no fim da Idade Média.

A Idade Média (476 d.C. – 1492 d.C.) é um período erroneamente conhecido como Idade das Trevas, segundo a historiadora Régine Pernoud (1979) a época ser sinônimo de ignorância, brutalidade e subdesenvolvimento, deve-se ao fato de pesquisas realizadas na área não terem atingido o público.

É no término deste período que em Florença viveu Leon Battista Alberti (1404 - 1472), grande destaque da arquitetura renascentista, que dentre seus tratados escreveu o Ludi Matematici (Matemática Lúdica), obra que retrata desafios do cotidiano medieval cujos raciocínios são e podem ser aplicados no Ensino Fundamental, principalmente em conteúdos de semelhança de triângulos, teorema de Tales e ângulos.

Os problemas do tratado envolvem cálculo de alturas, comprimentos e figuras Comunicações Científicas Página 1 geométricas, todos relacionados a utilidade da matemática naquele tempo. A este respeito Gillispie (2007) diz que a obra reflete o período em que a matemática era considerada mais como ferramenta do que como uma ciência independente.

A pesquisa foi motivada pelo prévio conhecimento da obra do autor e os raciocínios que podem ser aplicados na Educação Matemática, principalmente no campo da geometria. A intenção não é fazer uma biografia do autor ou fornecer uma análise completa da sua obra, mas, buscar suas contribuições para a Educação Matemática, visto o recôndito conhecimento de Alberti no mundo acadêmico.

Além disso, a maioria dos professores de matemática ainda desconhecem a importância da história da matemática (BRITO, 2007), sendo assim é imprescindível pesquisas que contribuam na área.

O maior objetivo do atual professor de matemática é despertar o interesse da classe, evidentemente há a necessidade de conectar a matemática ao cotidiano dos alunos, para D'Ambrósio (1999) é um erro desvincular a matemática das outras atividades humanas. Nos resultados do artigo demonstra-se como a obra de Alberti contribui com este objetivo tão atual.

METODOLOGIA

A pesquisa caracteriza-se como exploratória e bibliográfica, para Gil (2002, p.41) ''uma pesquisa exploratória proporciona maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito [...]''. Considera-se exploratória visto ser um assunto pouco conhecido/dissertado no mundo acadêmico. Também para o mesmo autor (p.44) a pesquisa bibliográfica ''é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos''.

Para a pesquisa foi utilizado o livro Matemática Lúdica de Leon Battista Alberti, publicado no Brasil com tradução de André Telles (2006).

Também foram utilizados livros de história da matemática (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010; BOYER, 2010; CONTADOR, 2008; EVES, 2004; GARBI, 2006; e ROQUE, 2012) e dois livros didáticos de matemática (BIGODE, 2012; BONJORNO *et al.*, 2006), além de uma dissertação de mestrado (SANTOS, 2014), todos disponíveis ao público em geral.

No que refere-se aos livros de história da matemática apresenta-se o que foi encontrado sobre o autor, já nos livros didáticos buscou-se encontrar exercícios que relacionassem com a obra. Apresenta-se cinco exercícios do tratado de Alberti e seus respectivos raciocínios, além

Comunicações Científicas

de sua correspondência nos livros didáticos da atualidade.

RESULTADOS

Inicialmente buscamos investigar o real enfoque que a história da matemática confere a Alberti e sua obra Matemática Lúdica. Diante dos principais autores da área, constatou-se que Berlinghoff e Gouvêa (2010), Contador (2008), Eves (2004) e Garbi (2006) não mencionam Alberti em suas bibliografias.

Roque (2012) faz uma breve citação no capítulo a revolução científica e a nova geometria do século XVII.

Grande parte da matemática do Renascimento recebeu influência do movimento humanista. As referências às obras matemáticas da Antiguidade eram encontradas em trabalhos variados durante o século XV, como nos do arquiteto Leon Battista Alberti, que enxergava o renascimento da matemática como um renascimento da cultura antiga. (ROQUE, 2012, p. 290).

Boyer (2010) é o único a dedicar um parágrafo a Alberti (embora não cite a obra Matemática Lúdica) ao falar da teoria da perspectiva no capítulo renascimento.

Um ponto importante em que a arte renascentista diferia da medieval era o uso da perspectiva na representação plana dos objetos do espaço tridimensional. Diz-se que o arquiteto Filippo Brunelleschi (1377-1446) deu muita atenção a esse problema, mas a primeira exposição formal de alguns problemas foi dada por Leon Battista Alberti (1404-1472) num tratado de 1435 (impresso em 1511) chamado *Della pictura*. (Boyer, 2010, p. 203)

Boyer (2010) continua a exprimir o raciocínio de Alberti em relação a perspectiva, de modo prático tem-se duas semirretas \overline{PQ} e \overline{RT} , os pontos A, B, C, D, E, F e G equidistantes em torno da reta \overline{RT} ligados ao ponto médio de \overline{RT} denominado V, basta conectar P aos pontos B, C, D, E, F e G, que interceptará \overline{VA} (formando pontos H, I, J, K, L, M) originando quadrados no plano da terra conforme a figura 1.

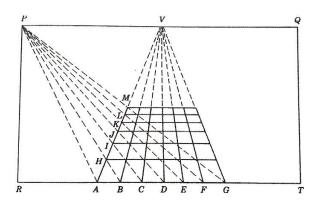


Figura 1 – Teoria da Perspectiva Fonte: Boyer (1996, p. 203)

O destaque dado por Boyer (2010) colocando Alberti apenas ao descrever as noções em perspectiva não é tão surpreendente, afinal, as contribuições mais importantes de Alberti situam-se nessa área, suas obras mais conhecidas são o *De pictura* e o *De re atificatoria* (SANTOS, 2014).

No que refere-se ao tratado Matemática Lúdica, foi escrito por Alberti em resposta a algumas dúvidas que o príncipe Meliaduse d'Este havia solicitado há mais de 15 anos. Em linhas gerais, o livro não constitui-se como uma inovação no campo da matemática. Contudo é muito interessante ao demonstrar como também na Idade Média a matemática era utilizada no cotidiano.

O tratado é escrito com uma linguagem compreensível, representado com figuras, facilitando o entendimento e visualização do raciocínio. Conta com 12 enunciados divididos em duas partes.

A primeira parte do tratado (a qual nós mais nos dedicamos) é aplicada ao cálculo mais objetivo, onde utiliza-se conteúdos da geometria e calcula-se alturas, larguras e profundidades. A segunda parte é dedicada a cálculos envolvendo medidas de tempo, pesos, distâncias e áreas.

A seguir apresentamos cinco exercícios do tratado e seus respectivos raciocínios. Apresentamos ainda a forma que o exercício é adaptado em alguns livros didáticos de matemática (BIGODE, 2012; BONJORNO *et al.*, 2006).

Recordemos que na Idade Média existiam castelos e catedrais com torres enormes. Alberti dedica o primeiro exercício do tratado, propondo como medir com a vista a altura de uma torre. Supondo inicialmente que podemos conhecer a distância até sua base e medir uma pequena parte da torre.

Se quiser medir a altura de uma torre situada numa praça apenas olhando-a da outra extremidade, proceda da seguinte maneira. Finque uma flecha no chão, bem verticalmente, distancie-se um pouco, seis ou oito pés¹, e dali vise o topo da torre tomando a flecha como mira; coloque uma marca com um pouco de cera no lugar preciso em que seu olhar encontra a flecha, e chamemos A essa marca de cera. Depois, do mesmo lugar em que tinha mirado o topo da torre, mire sua base e, novamente, ali onde seu olhar encontra a flecha, coloque uma marca de cera, e chamemos essa segunda marca de B. (ALBERTI, 2006, p.29)

Em seguida Alberti pede que faça-se uma terceira marca, seguindo o mesmo procedimento, desta vez fixando o olhar em algum ponto intermediário da torre como um pórtico ou buraco, denotado como ponto C.

-

¹ Antiga medida equivalente a 33 cm. Comunicações Científicas

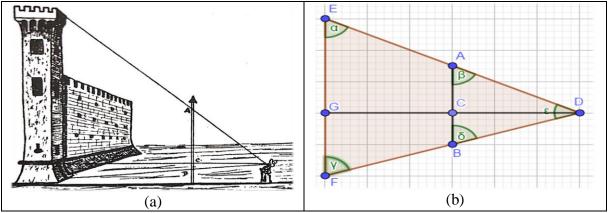


Figura 2 – (a) Procedimento I para medir a altura de uma torre e (b) representação geométrica do procedimento I

Fonte: Alberti (2006, p.30); os autores (2019)

Alberti não preocupa-se em demonstrar o motivo de sua conclusão, mas afirma que o segmento \overline{BC} cabe em \overline{AB} na mesma proporção quanto a distância da base até o buraco ou pórtico, cabe na altura da torre. Ou seja para descobrir a altura da torre, basta fazer apenas uma comparação entre as razões.

Observando a figura 2, notamos que o triângulo ABD é semelhante ao triângulo EFD pelo caso AA (ângulo-ângulo), afinal a flecha e a torre são perpendiculares ao solo resultando em ângulos congruentes ($\alpha \equiv \beta$ e $\gamma \equiv \delta$), sem contar que ϵ é comum aos dois. Assim temos que o segmento \overline{BC} está para o segmento \overline{AB} da mesma forma que o segmento \overline{FG} (distância da base até o pórtico) está para o segmento \overline{EF} (altura da torre).

Buscamos em livros didáticos algum problema que se assemelhasse a este. Num deles (BONJORNO *et al.*, 2006) encontramos um exemplo onde o aluno é convidado a medir a altura de um homem tomando como mira uma régua, assim tem-se que o triângulo formado pelos seus olhos e as extremidades da régua é semelhante ao triângulo maior formado com seus olhos e as extremidades do adulto.

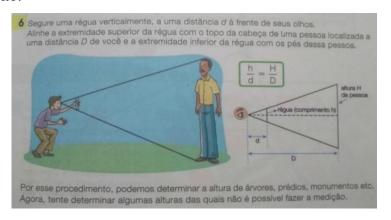


Figura 3 – Exercício do livro didático Fonte: Bonjorno *et al.* (2006, p. 153)

Assim descobre-se a altura do homem adulto fazendo a mesma correspondência, onde a altura do aluno agachado está para a distância dele até a régua, assim como a altura do homem adulto está para a distância do mesmo ao aluno.

Na obra Alberti busca apresentar várias formas de resolver o problema, assim, ele sempre expande o raciocínio para desenvolver ainda mais a questão, como é o caso de conhecermos a distância da torre, mas não podermos medir nenhuma parte dela.

Finque no chão uma flecha, como disse anteriormente, afaste-se um pouco e, com o olho à flor do solo, vise o topo da torre utilizando a flecha como mira; coloque uma marca de cera no lugar em que seu olhar encontra a flecha. Chamemos A o topo da flecha, B sua base, C a marca de cera que o senhor colocou e D a posição de seu olho [...] (ALBERTI, 2006, p.31)

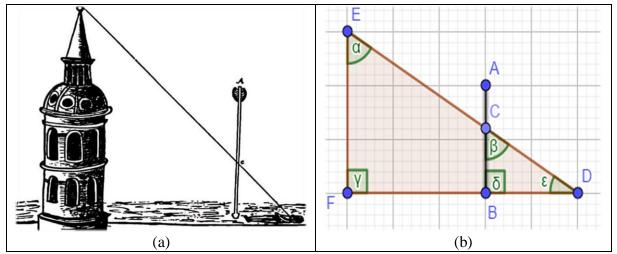


Figura 4 – (a) Procedimento II para medir a altura de uma torre e (b) representação geométrica do procedimento II

Fonte: Alberti (2006, p. 31); os autores (2019)

Da mesma forma a parte da flecha \overline{BC} cabe em \overline{BD} na mesma proporção que a altura da torre cabe na distância da base da torre até seus olhos.

Os triângulos BCD e FED são semelhantes ($\alpha \equiv \beta$ e $\gamma \equiv \delta$), portanto, \overline{BC} está para \overline{BD} assim como \overline{FE} (altura da torre) está para \overline{FD} (distância da torre até os olhos da pessoa).

Este raciocínio foi muito encontrado nos livros didáticos tanto em temas de semelhança de triângulos, como teorema de Tales e ângulos.

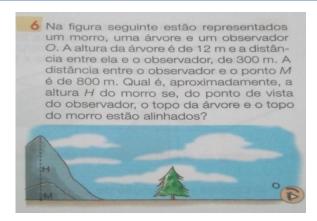


Figura 5 – Exercício 6 do livro didático Fonte: Bonjorno *et al.* (2006, p. 151)

No mesmo livro (BONJORNO *et al.*, 2006) vemos este caso, para descobrir a altura da montanha basta apenas observar a mesma semelhança de triângulo enunciada no problema de Alberti, e assim, a altura da árvore está para a distância do observador a ela, assim como a altura da montanha está para a distância maior ($\frac{12}{300} = \frac{H}{800}$). Realizando a multiplicação temos H = $\frac{9600}{300}$, resultando numa altura de 32 metros.

Medir a largura de campos e áreas é ainda uma atividade matemática cotidiana muito utilizada, no período medieval também. Diante de uma região plana possível de ser medida, a atividade torna-se fácil, mas a questão proposta por Alberti refere-se a dificuldade de se medir uma área não plana, o melhor exemplo disso é um rio.

Meça a largura de um rio, a partir da margem, como se segue. Tome posição num lugar bem plano, finque na terra uma flecha, como disse anteriormente, e chamemos essa flecha AB. Faça uma marca de cera nela, precisamente na altura dos olhos, chame C esta marca. Depois afaste-se dessa flecha AB cerca de uma braça², e finque ali de maneira semelhante uma segunda flecha, e seja DE esta segunda flecha; coloque mais uma marca de cera exatamente na altura dos olhos sobre a flecha DE e chame-a F. Coloque o olho precisamente contra essa marca F e mire algo perceptível na outra margem do rio no alinhamento da flecha AB, como um arbusto, ou algum local ou uma pedra; chamemos esse objeto G. Ali onde seu olhar, na mirada, encontra a flecha AB, coloque uma outra marca de cera e chame-a H [...] (ALBERTI, 2006, p. 33-34)

² Antiga medida ainda usada no Brasil, equivalente a 1,80 metro. Comunicações Científicas

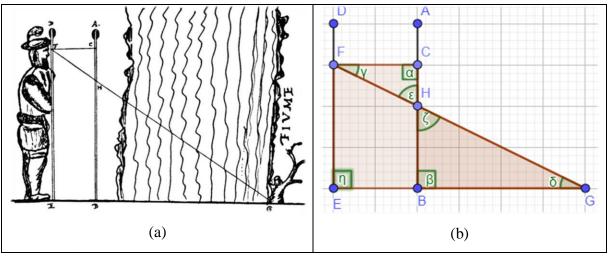


Figura 6 – (a) Procedimento III para medir a largura de um rio e (b) representação geométrica do procedimento III

Fonte: Alberti (2006, p. 34); os autores (2019)

Os rios geralmente demarcavam territórios, Alberti utiliza recurso visto anteriormente para medir a largura de um rio encontrando os triângulos HBG e CFH semelhantes.

Assim \overline{CH} cabe no segmento \overline{CF} na mesma proporção que \overline{HB} cabe no segmento \overline{BG} . E conforme o raciocínio ainda temos um 3° triângulo semelhante aos dois FEG, então da mesma forma que o segmento \overline{CH} cabe em \overline{CF} , o segmento \overline{FE} cabe em \overline{EG} .

O mesmo raciocínio é utilizado por Alberti para medir a profundidade de um poço até o nível de água.

Meça com a vista a profundidade de um poço, até o nível da água, da seguinte forma. Coloque um bambu atravessado no poço o mais baixo possível, de modo que lhe seja também possível atingi-lo com a mão, e fixe-o de uma maneira que agarre bem. Coloque depois o olho na beirada do poço justamente na prumada de uma das extremidades do bambu, de maneira a ver até o fundo da cavidade, isto é, até a superfície da água, e mire a beirada da superfície da água no lugar que se encontra justamente na prumada sob a outra extremidade do bambu. Chamemos A a ponta do bambu oposta ao observador, B a outra ponta que está do seu lado, C seu olho e D a superfície da água no fundo do poço. Feito isso, vise o ponto D na superfície da água, e, no lugar onde seu olhar bater no bambu, coloque uma marca de cera, e chamemos E a essa marca [...] (ALBERTI, 2006, p. 38-39)

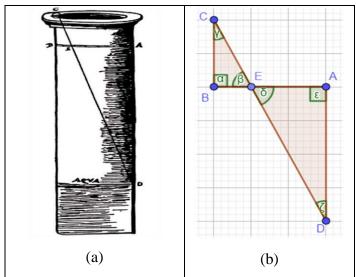


Figura 7 – (a) Procedimento IV para medir a profundidade de um poço e (b) representação geométrica do procedimento IV

Fonte: Alberti (2006, p. 38); os autores (2019)

No caso, o triângulo menor BEC é semelhante ao triângulo maior AED ($\alpha \equiv \varepsilon$, $\beta \equiv \delta$ e $\gamma \equiv \zeta$), portanto, \overline{BB} cabe em \overline{BC} na mesma proporção que \overline{EA} cabe em \overline{AD} (profundidade do poço).

No livro didático, encontramos os dois exercícios exemplificados juntos. Isto é um fato interessante, nos casos anteriores, os exercícios utilizavam o raciocínio adaptados da obra de Alberti, mas nestes dois casos, os exercícios são praticamente os mesmos, o que nos leva a supor que a obra dele é ao menos conhecida pelos autores deste livro, embora também não tributem quaisquer créditos a ele.

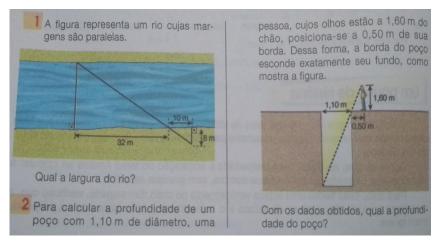


Figura 8 – Exercício 1 e 2 do livro didático Fonte: Bonjorno *et al.* (2006, p. 150)

No exercício 1, o triângulo menor é semelhante ao maior, assim temos $\frac{10}{8} = \frac{32}{largura}$, logo a largura é $\frac{256}{10}$, resultando em 25,6 metros. Analogamente no exercício 2 temos $\frac{1,6}{0,5} = \frac{profundidade}{1.1}$, a profundidade é obtida por $\frac{1,76}{0.5}$, logo é 3,53 metros.

A primeira parte do tratado de Alberti, dedica-se ainda a uma proposta de como medir a altura de uma torre onde avista-se apenas o topo. Este é o exercício mais interessante do ponto de vista matemático, porém menos aplicável na educação básica. Nas notas da tradução de André Telles, afirma-se que é uma aplicação da regra da falsa posição.

Caso aviste o topo de uma torre da qual não consegue ver nada mais e queira conhecer sua altura, faça como se segue. Finque na terra sua flecha como foi dito antes, coloque seu olho no nível do solo e mire o topo da torre; marque com uma cera o ponto de encontro da sua mirada, e chamemos AB a flecha, C o topo da torre, D o ponto em que mantém o olhar e E a marca de cera sobre a flecha. Feito isso, recue um pouco e, da mesma forma, mire a partir do solo o topo da torre e marque o lugar onde sua mirada encontrou a flecha, e chamemos F essa segunda marca de cera, e G o lugar onde estava seu olho mirar [...] (ALBERTI, 2006, p. 35-36)

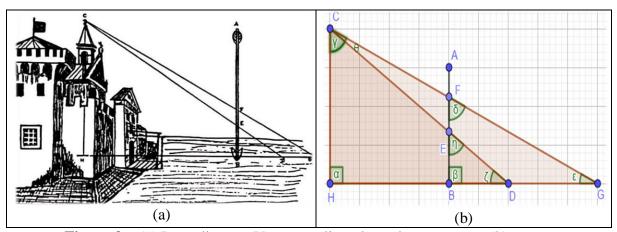


Figura 9 – (a) Procedimento V para medir a altura de uma torre e (b) representação geométrica do procedimento V Fonte: Alberti (2006, p. 37); Os autores (2019)

A dificuldade do exercício está em que não podemos conhecer a distância até a torre, só avistamos o topo dela.

Neste caso temos 4 triângulos, CHD semelhante a EBD ($\alpha \equiv \beta$, $\gamma \equiv \eta$ e ζ é comum aos dois) e CHG semelhante a FBG ($\alpha \equiv \beta$, $\gamma \equiv \delta$ e ε é comum aos dois). Portanto, o segmento \overline{EB} cabe no segmento \overline{BD} na mesma proporção que o segmento \overline{CH} cabe em \overline{HD} . Da mesma forma \overline{FB} cabe em \overline{BG} na mesma proporção que \overline{CH} cabe em \overline{HG} .

Suponhamos então que a primeira proporção, ou seja, que o segmento \overline{CH} (altura da torre) cabe em \overline{HD} (distância menor) duas vezes. E que a segunda proporção \overline{CH} (altura da Comunicações Científicas

torre) cabe três vezes em \overline{HG} (distância maior). Como desconhecemos tanto \overline{HG} e \overline{HD} (distâncias dos pontos de visão à base da torre), como a medida de \overline{CH} (altura da torre) conseguimos obter o resultado apenas através de um sistema.

Conforme a suposição, a altura desejada \overline{CH} cabe duas vezes em \overline{HD} e três vezes em \overline{HG} . Assim temos, $2\overline{CH} = \overline{HD}$ (*) e $3\overline{CH} = \overline{HG}$ (**).

Subtraindo (*) de (**) tem-se $3\overline{CH} - 2\overline{CH} = \overline{HG} - \overline{HD}$. Assim teremos $\overline{CH} = \overline{DG}$ uma medida que é conhecida (a diferença entre os dois triângulos). Portanto a altura coincide ser a mesma que \overline{DG} , mas é apenas coincidência.

Suponha que seguindo o mesmo procedimento, a altura da torre coubesse 7 vezes em um e 4 vezes em outro. Assim, $7\overline{CH}$ - $4\overline{CH}$ = \overline{HG} - \overline{HD} , o que nos levaria a obter $3\overline{CH}$ = \overline{DG} . Logo, a altura da torre seria $\frac{\overline{DG}}{3}$.

A respeito deste problema não encontramos nos livros didáticos nenhum exemplo que utiliza este raciocínio propriamente, contudo identificamos situações parecidas que poderiam ser facilmente adaptadas.

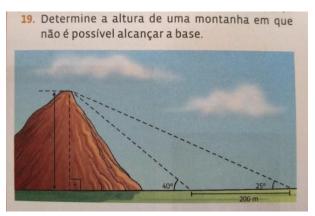


Figura 10 – Exercício 19 do livro didático Fonte: Bigode (2012, p. 129)

Este exercício é resolvido por ângulos envolvendo a tangente, contudo se supormos ser desconhecido ambos os ângulos, bastaria supor uma reta a exemplo da flecha um pouco à frente do ângulo que é intitulado de 40°, e aplicar assim o mesmo raciocínio de Alberti.

Todos estes problemas são de natureza muito prática (SANTOS, 2014), o que nos coloca um questionamento sobre o nível de concretude que temos dado aos conteúdos matemáticos de hoje, principalmente no campo geométrico.

A segunda parte do tratado é dedicada de modo geral a cálculos envolvendo medidas de tempo, profundidades, calcular grandes distâncias como de uma cidade à outra, medir pesos. Em suma todos são interessantes, apesar de envolver uma linguagem mais sofisticada, e ser Comunicações Científicas

Página 11

necessária uma contextualização com a época, dificultando a aplicação na educação básica. Diante disso, optamos por apresentar apenas um dos problemas cujo procedimento também envolve cálculo de medidas.

O enunciado relata como medir a profundidade de um lago que não pode ser avistado o fundo. Alberti diz que devemos contar com o auxílio de alguns aparelhos simples da sua época: uma vasilha de água com um furo, uma galha (objeto que boiava na água), uma pequena noz de galha-de-carvalho (objeto que se assemelhava a um anzol) e dois chumbos denominados piôbino de formato como na figura 11.

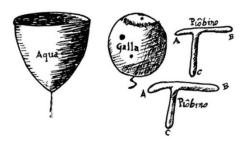


Figura 11 – Procedimento VI para medir a profundidade de um lago Fonte: Alberti (2006, p. 42)

Seguindo o procedimento fincava-se a noz de galha-de-carvalho na galha, e nessa espécie de anzol pendurava-se o chumbo que levaria a galha a afundar. Quando a galha chegava ao fundo do lago o chumbo que é feito daquela forma tombava no chão e a galha voltava a superfície. Enquanto ela fazia o trajeto de ir até o chão arrastado pelo chumbo e voltar a superfície era medido o tempo através da vasilha com água.

A partir daí faz-se uma comparação realizando o mesmo procedimento de soltar a galha num local do lago onde conseguisse medir a profundidade com um estaca ou uma sonda, e ver quanto de água escorreu da vasilha. Então, compara-se com a quantidade de água que escorreu na profundidade desconhecida.

Um fato interessante, é que na segunda parte encontramos o autor fazendo menção à propriedades que são extremamente fundamentais a nossa geometria, à pedido do príncipe Alberti fala sobre como medir áreas, de regiões que são quadradas, retangulares, triangulares, redondas e até de regiões que não obedecem estas proporções, utilizando um princípio inicial de integral, fazendo figuras geométricas conhecidas e somar, aproximando valores.

O tratado ainda possui duas situações que valeria destacar, uma delas é uma ferramenta denominada equilibra, um instrumento que era utilizado para nivelar terrenos e servia de balança, medindo pequenos pesos. Outro problema é a construção de um relógio que utilizava as estrelas para medir a hora.

CONCLUSÃO

Aberti é pouco conhecido pelo mundo matemático, mas o seu tratado é importantíssimo para educadores, reflete a possibilidade de utilizar a matemática como ferramenta no cotidiano, o destaque da obra é por ser um conteúdo histórico, evidenciando a cultura vivida na sua época.

Sua obra não é apresentada nos livros de história da matemática, contudo, é uma grande demonstração de como a matemática está presente na realidade ao longo dos tempos. Deixanos a possibilidade de unir seus raciocínios à conteúdos como semelhança de triângulos, ângulos e teorema de tales.

REFERÊNCIAS

ALBERTI, L. B. **Matemática Lúdica**. Edição apresentada e comentada por Pierre Souffrin. Tradução de André Telles. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2006.

BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. A Matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para entusiastas. Tradução de Elza Gomide e Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2010.

BIGODE, A. J. L. Projeto Velear: matemática. 1 ed. São Paulo: Scipione, 2012.

BONJORNO, J. R.; BONJORNO, R. A.; OLIVARES, A. **Matemática**: fazendo a diferença. 1. ed. São Paulo: FTD, 2006.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BRITO, A. de J. A História da Matemática e a da Educação Matemática na formação de professores. **Educação Matemática em Revista**, ano 13, n. 22, p. 11-15, 2007.

CONTADOR, P. R. M. **Matemática**: uma breve história. v. 1. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** 5. ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

GARBI, G. G. A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. (2006). São Paulo: Ed. Livraria da Física.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GILLISPIE, C. C. **Dicionário de biografias científicas**. Tradução de Carlos Almeida Pereira. Rio de Janeiro: Contraponto, 2007.

PERNOUD, R. **Idade Média**: o que não nos ensinaram. Tradução de Maurício Brett Menezes. Rio de Janeiro: Agir, 1979.

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, L. R. Leon Battista Alberti (1404 – 1472) e a medida do tempo. 2014. 73f. Dissertação (Mestrado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP.