# DESPERDÍCIO DE ÁGUA DAS GARRAFINHAS DE USO INDIVIDUAL: RELATO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Guilherme Zanette
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
guilhermezanettem@gmail.com

Rodolfo Eduardo Vertuan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
rodolfovertuan@utfpr.edu.br

**Resumo**

O trabalho em questão apresenta o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática na turma de sétimo ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual Professor José Aloísio Aragão em Londrina/PR. Nesse sentido, a atividade teve como objetivo apresentar um problema em um formato distinto daquelas a que os alunos estão habituados, com a coleta de dados e a investigação de hipóteses, para a resolução de um problema proposto por eles mesmos. Assim, o tema da atividade foi o desperdício de água decorrente do descarte de água da garrafa de uso individual quando os alunos jogam o resto de água da garrafa para enchê-la com água gelada. Para isso, procedeu-se com a coleta de dados utilizando um copo medidor e um balde graduado e, na sequência, a formulação e resolução de problemas realizada pelos estudantes. Por fim, o desenvolvimento da atividade possibilitou a retomada de conteúdos matemáticos e conceitos novos nas resoluções propostas, além de promover o engajamento dos estudantes nas aulas de matemática.

**Palavras-chave**: Modelagem Matemática. Educação Matemática. Anos Finais do Ensino Fundamental.

## Introdução

Para um maior envolvimento dos alunos e melhora na aprendizagem, as aulas de Matemática precisam ser repensadas e ir além do modelo tradicional. Visando esse envolvimento dos alunos é necessário despertar o interesse deles nas atividades e discutir, também, a utilidade dos conteúdos estudados, indo além de decorar fórmulas e reproduzir algoritmos (Paraná, 2008).

Segundo Schrenk e Vertuan (2023, p.28), a Modelagem Matemática é uma possibilidade para isso e pode ser entendida como "[...] uma prática pedagógica, realizada no âmbito de um grupo, que tem como objetivo colocar os estudantes em movimento de investigação de uma situação aberta, não necessariamente matemática, com recursos matemáticos (conceitos, estratégias e modelos)". As atividades abertas permitem que os alunos interpretem o problema de diferentes formas, construindo hipóteses e representando um mesmo problema de diferentes maneiras.

Uma das grandes vantagens da utilização da Modelagem Matemática em sala de aula é que ela trabalha com problemas reais. Assim, os alunos conseguem visualizar a aplicação da Matemática em contextos que muitas vezes interessam para eles e, por conta disso, podem se envolver mais na resolução dos problemas. Inferimos que quanto mais próximo da vida cotidiana dos alunos, maior será a identificação com o problema e, consequentemente, a sua curiosidade em solucioná-lo.

Com o objetivo de apresentar uma abordagem diferente e verificar o envolvimento dos alunos, uma atividade foi desenvolvida para ser trabalhada em sala de aula objetivando maior participação e autonomia dos alunos. O objetivo é, inclusive, o de incluir alunos que normalmente não participam das aulas e, para isso, a atividade foi desenvolvida em grupos.

Diante disso, o presente artigo tem como objetivo relatar o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do norte do Paraná em que o autor é professor regente da turma. O tema escolhido para a atividade foi o desperdício de água, mais especificamente, o desperdício advindo da água de garrafinhas de uso individual dos alunos quando jogam o que sobra na garrafinha para enchê-las com nova remessa de água fria. Além de apresentar os resultados encontrados, avaliamos também o *feedback* dos alunos quanto a coleta de dados, desenvolvimento da atividade, envolvimento do grupo e a atividade de modo geral.

## Algumas considerações sobre a Modelagem Matemática

Para Silva e Martins (2023), embora existam diferentes caracterizações de uma atividade de Modelagem Matemática na literatura, há certa convergência no que tange ao estudo inicial de uma situação-problema da realidade. Trindade e Silva (2022) afirmam que a Modelagem[1] se configura a partir de uma situação-problema, não necessariamente matemática, mas que necessita de modelos matemáticas para a sua resolução.

Segundo Vertuan (2010) as discussões de situações da realidade e a experiência com a aplicação da matemática nesse contexto, ajudam os alunos a compreenderem melhor a própria realidade e assim agir para transformá-la. Para Almeida e Dias (2003) quando conseguimos, por meio da modelagem, estabelecer relações entre a matemática escolar e a realidade do estudante, desenvolvemos o conhecimento reflexivo dos alunos, criando assim cidadãos mais críticos.

Almeida e Dias (2003) afirmam que é por meio de uma relação cooperativa que se desenvolve a atividade de Modelagem Matemática. Desta forma, a interação entre os alunos é fundamental para

o desenvolvimento do conhecimento e cabe ao professor mediar estas interações sem que esta interferência implique em direcionamentos que descaracterizem as atividades de Modelagem.

Como as atividades de Modelagem se apresentam de forma diferente do padrão que geralmente os estudantes conhecem das aulas de Matemática que vivenciam em suas escolas, Almeida e Dias (2003) defendem que a Modelagem Matemática deve ser inserida de forma gradativa aos alunos a partir do que denominam de três momentos. Para um primeiro momento, o professor pode desenvolver uma atividade com os alunos onde o problema está definido e os dados são fornecidos. Neste primeiro momento o professor juntamente com os alunos levanta hipóteses e deduz um modelo para a solução do problema. Em um segundo momento o problema deve ser apresentado, mas cabe aos alunos a formulação de hipóteses e dedução e validação do modelo. Já em um terceiro momento os alunos escolhem o problema a ser investigado, formulam as hipóteses para a solução e validam o modelo encontrado. Neste terceiro momento o professor é um mediador para ajudar os alunos quando necessário. Todavia, a realização de uma atividade de Modelagem Matemática e as atitudes de professor e alunos dependem de uma série de fatores, que vão desde o tema da atividade, a relação entre professor e alunos, a organização da atividade e a compreensão dos alunos sobre como proceder naquele contexto, enfim, situações que caracterizam um jeito de agir e fazer do professor e que implicam o modo de mediar a atividade de Modelagem na sala de aula (Vertuan, 2013).

De todo modo, ao utilizar atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, o que a literatura apresenta é uma mudança nas atitudes e na atuação de alunos e professor. Segundo Almeida e Silva (2014), enquanto aos alunos cabem criar hipóteses, testá-las, resolver o problema proposto e validar os resultados, aos professores cabem a orientação, identificando o conhecimento dos alunos e os obstáculos que os impedem de progredirem na atividade.

**Encaminhamentos metodológicos**

A atividade de modelagem foi desenvolvida com uma turma de 32 alunos de sétimo ano do Colégio Estadual Professor José Aloísio Aragão em Londrina/PR. Para isso, os estudantes foram identificados pela letra A seguida de uma numeração de 01 a 32, utilizando como código A03 para identificar o terceiro aluno da sequência, por exemplo.

Em conversa com a turma foi explicado que desenvolveríamos uma atividade seguindo uma configuração diferente do que estavam habituados e que um tema deveria ser escolhido. Assuntos como celular, tempo de intervalo e futebol foram citados, mas a turma escolheu o tema do desperdício de água. Alguns alunos da turma levam garrafa de água e frequentemente pedem para trocar a água

da garrafa por estar quente, jogando essa água fora e colocando água fria na garrafa para uso até que ela esquente novamente. Então, com o intuito de minimizar esse desperdício escolhemos o tema em questão para que os alunos percebam o volume de água desperdiçado: *o pouco de cada um representa quanto se considerarmos o que todos jogamos fora juntos?*

Para a coleta de dados foi disponibilizado um copo graduado medidor de 500 ml, um balde graduado de 5 litros, uma planilha e caneta, visando registrar o desperdício de água. O copo possuía marcações a cada 50 ml e o balde a cada 500 ml. A planilha foi classificada por data e possuía duas colunas, uma identificada por nome e a outra pela quantidade de água em mililitros (ml).

Na prática, quando os alunos pediam para trocar a água, eles jogavam a água que estava na garrafa no copo medidor e anotavam na planilha antes de buscar a água gelada, como mostra a figura 1. Além das informações descritas na planilha, os alunos foram orientados a registrar no caderno a quantidade de água que jogavam no balde. Ao final de cada dia, o volume de água do balde era registrado para comparação com a planilha e o balde era esvaziado.

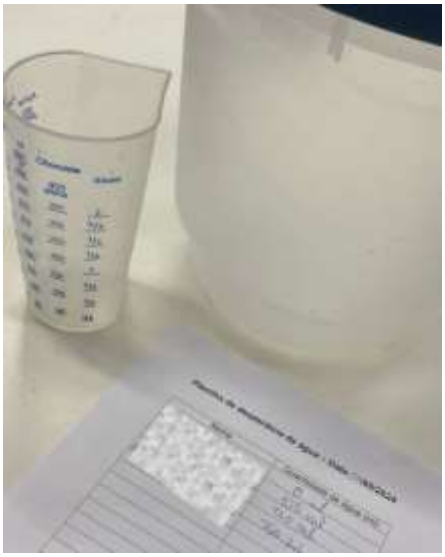


**Figura 1** – Copo graduado medidor, balde graduado e planilha
Fonte: o autor

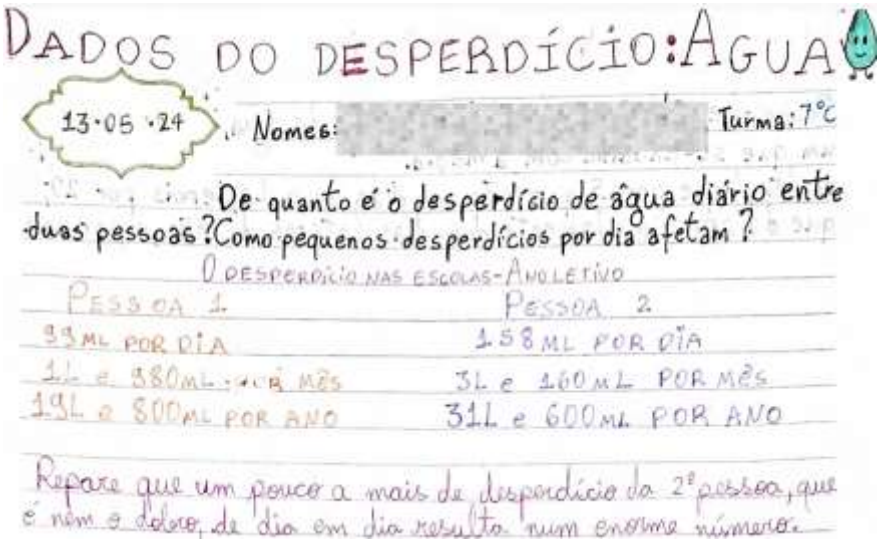
Na primeira semana de coleta de dados, de 29/04 a 03/05, foi possível verificar que os alunos queriam fazer as medições e participar da coleta de dados. Logo, passaram a desperdiçar mais água do que o que estavam habituados, por mais que tivessem sido orientados a manter a rotina independe do experimento. Em razão disso, todavia, as medidas da primeira semana foram desconsideradas. Na segunda semana, de 06/05 a 10/05, notou-se que a frequência com que pediam para trocar a água voltou a ser como antes do início das medições, portanto essa semana foi a selecionada para a análise.

Na semana seguinte, com os dados coletados, solicitei que os alunos se dividissem em grupos de três a cinco pessoas e conversassem entre o grupo sobre o que poderia ser calculado com os dados

coletados durante os últimos dias. Os alunos se dividiram em sete grupos, que classifiquei de G1 a G7, no qual o algarismo representa o número do grupo. A minha proposta inicial, como docente, era a de fazer uma estimativa do volume de água desperdiçado pelo colégio, tomando como referência os dados da turma. No entanto, verificou-se que as ideias dos grupos eram distintas, o que me despertou maior interesse nos resultados. Sendo assim, orientei aos grupos que eles mesmos definissem uma pergunta a ser investigada e apresentassem à turma os resultados encontrados. Para apoiar na resolução das questões propostas disponibilizei as planilhas com os dados da última semana.

O grupo G1, formado por 5 alunos, definiu a seguinte pergunta: "Quanto é desperdiçado, em média, por um aluno em um período de um ano letivo? ". Durante a resolução A12 me perguntou sobre como poderia calcular a média diária do desperdício após somar os valores das planilhas dos cinco dias e expliquei ao grupo o conceito de média aritmética simples. Após calcularem a média diária o grupo me perguntou quantos dias letivos tinham em um ano e, então, multiplicou a média diária pela quantidade de dias letivos. Para finalizar a resolução o grupo dividiu o valor por 32, quantidade de alunos na sala, e chegou a um valor de 5,820 litros de desperdício individual por ano.

O segundo grupo, G2, formado por três alunos definiu: "De quanto é o desperdício de água entre duas pessoas? Como pequenos desperdícios por dia afetam? ". Os dados considerados pelo grupo foram os anotados no caderno do aluno A30, pertencente ao próprio grupo, e o aluno A11, de outro grupo. O grupo me explicou que comparando o desperdício com o de alguém da turma que desperdiçasse mais água poderia mostrar à turma o quanto isso representa anualmente. Para confirmar a hipótese o grupo partiu do consumo de um determinado dia e com esses dados fez uma proporção para o gasto semanal, mensal e anual, como mostra a figura 2. Os resultados de desperdício anuais foram de 19,8 litros e 31,6 litros, comprovando uma grande diferença entre os alunos.


DADOS DO DESPERDÍCIO: AGUA

13-05-24 Nomes: [redacted] Turma: 7°C

De quanto é o desperdício de água diário entre duas pessoas? Como pequenos desperdícios por dia afetam?

O DESPERDÍCIO NAS ESCOLAS - ANO LETIVO

| PESSOA 1 | PESSOA 2 |
|---|---|
| 33ML POR DIA | 158ML POR DIA |
| 1L e 380ML POR MÊS | 3L e 160ML POR MÊS |
| 19L e 800ML POR ANO | 31L e 600ML POR ANO |

Repare que um pouco a mais de desperdício da 2ª pessoa, que é nem o dobro, de dia em dia resulta num enorme número.

**Figura 2** – Resultados do grupo G2

Fonte: o autor

Formado por cinco alunos, o G3 escolheu a pergunta: “Quanto que 4 turmas gastam de água em um ano letivo? ”. Apesar da margem que essa pergunta possibilita, a ideia era a de quantificar o desperdício das garrafas supondo que as quatro turmas de sétimos anos desperdicem a mesma quantidade que a turma deles. Os dados utilizados foram os da planilha e após somarem os valores diários, o grupo multiplicou por 4 e, na sequência, por 200. Nota-se nessa resolução o intuito de calcular o consumo anual das quatro turmas em razão dos 200 dias letivos, mas para isso era necessário a quantidade de desperdício diário, informação que não encontraram, o que levou o grupo a não responder corretamente à pergunta inicial. Após o fim da atividade expliquei ao grupo que os mesmos deveriam ter multiplicado por 40, que é a quinta parte de 200, visto que o valor utilizado foi de o de cinco dias.

O G4, formado por cinco alunos, definiu a seguinte pergunta: “Quantos litros de água nós desperdiçamos em um dia, uma semana e um ano? ”. A ideia deste grupo não era a de encontrar o desperdício de água da sala, mas sim dos membros do grupo. Para a análise os integrantes do grupo utilizaram os dados anotados no caderno e somaram todos os valores registrados. No momento da apresentação à sala notou-se que o desperdício do grupo foi superior ao da turma toda, o que aponta algum equívoco na análise dos dados. Analisando os dados com o grupo foi verificado que os alunos somaram os registros das duas semanas de coletas e, por isso, o volume de água foi superior. Após explicar que partimos da análise de apenas uma semana, devido ao excesso de água desperdiçada da primeira semana, o grupo refez a atividade e apresentou novamente à sala.

O quinto grupo, G5, definiu: “Quantos litros de água o colégio desperdiçou durante o ano letivo? ”. O grupo considerou a planilha de dados e somando encontrou o desperdício semanal. Após me perguntarem sobre a quantidade de dias letivos, o grupo definiu que o período letivo equivale a 40 semanas de 5 dias cada, logo multiplicou o desperdício semanal por 40, encontrando o desperdício anual. Como o objetivo era calcular o desperdício do colégio, o aluno A21 me perguntou quantas turmas existem no colégio, então convidei o aluno a verificarmos os horários de aula e assim contarmos o número de turmas, dessa maneira o aluno concluiu que existem 29 turmas. O grupo considerou que todas as salas teriam o mesmo desperdício e então multiplicou o desperdício anual da turma por 29 para encontrar o desperdício anual do colégio.

O grupo G6, formado por quatro alunos, foi o grupo que apresentou maior dificuldade no desenvolvimento da atividade. A pergunta escolhida pelo grupo foi “Quanto nossa sala gasta em uma semana? ”. Para solucionar o problema era necessário somar os valores das planilhas, porém o grupo

se confundiu na análise dos dados da planilha com os registros do caderno. O grupo não conseguiu terminar a atividade em um primeiro momento e apresentaram à turma em outro dia.

O último grupo, G7, era formado por 4 alunos. Os integrantes deste grupo são alunos que normalmente não se envolvem nas atividades desenvolvidas em sala e, com a atividade de modelagem, foi possível perceber um grande interesse do grupo no desenvolvimento. A pergunta definida foi: "Quanto uma pessoa gasta de água ao dia?". Para responder à pergunta o grupo utilizou os registros de A23 e partiu da hipótese de que todos os alunos desperdiçam a mesma quantidade. Após responder à pergunta, o grupo foi além, calculando o desperdício diário de uma turma, uma série e todo o colégio. Para finalizar a atividade o grupo fez o cálculo diário, semanal, mensal e anual, como mostra a figura 3. Na figura, todas as medidas são dadas em mL, influenciadas pelos medidores utilizados na coleta de dados. No momento da apresentação pedi para que elaborassem uma tabela na lousa apresentando todas as informações encontradas.

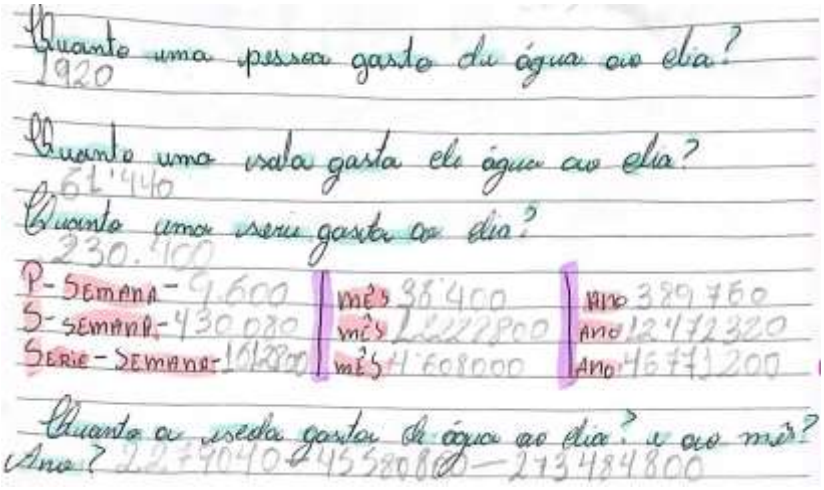



**Figura 3** – Resultados do grupo G7
Fonte: o autor

A atividade foi muito bem recebida por quase todos os alunos, inicialmente por ser uma atividade em grupo e depois pelas discussões que a atividade gerou. O momento no qual os alunos apresentaram seus resultados à turma foi de grande valia, pois os grupos elaboraram diferentes perguntas e analisaram os dados de formas distintas, sendo que cada grupo chegou a um resultado dentro do que haviam planejado, atendendo ao que era proposto a se investigar e fugindo da ideia de que apenas um resultado é o correto. Foi possível perceber também o envolvimento de todo o grupo que era o objetivo com a atividade.

A escolha da pergunta foi um momento de discutir ideias e levantar hipóteses. Após definirem as perguntas os alunos explicavam o que iriam calcular e como fariam isso. Neste momento foi possível verificar a criação de ideias, o desenvolvimento da atividade e o domínio ou a dificuldade

em conteúdos utilizados na resolução. Na conversão de unidades de medida, por exemplo, notei ser um conteúdo que gera dúvida nos alunos e aproveitei o momento para retomá-lo. A atividade de Modelagem Matemática permitiu compreender, portanto, o quanto é importante ao professor dar voz e vez aos alunos, ou seja, promover momentos em que os alunos precisem apresentar e defender suas ideias estando o professor atento a essas falas. Assim, pode conhecer o que sabem e como sabem os conceitos, de modo a intervir adequadamente e intencionalmente em novas práticas de sala de aula.

Após a apresentação dos grupos concluímos a atividade voltando à proposta inicial, calcular o volume de água desperdiçado pelo colégio. Para isso, os resultados encontrados pelo grupo G5 foram utilizados no desenvolvimento da atividade. Foi explicado aos alunos a relação entre litros e metros cúbicos e como calcular, por exemplo, o volume de uma caixa d'água. Assim, pedi aos alunos que projetassem uma caixa d'água com dimensões suficientes para conter um volume de água equivalente ao desperdiçado. Como vimos a algumas semanas o conteúdo de radiciação, alguns alunos projetaram um cubo utilizando como dimensões o resultado da raiz cúbica do volume. Diversas respostas distintas foram apresentadas e, dessa forma, concluímos a atividade.

Na aula seguinte passei um questionário aos alunos para obter informações sobre o que acharam da atividade. Neste dia estavam presentes 27 alunos na sala. Os resultados foram satisfatórios pois 26 dos 27 alunos disseram ter gostado de como os dados foram coletados e como a atividade foi desenvolvida. Em uma das perguntas solicitei que citassem possíveis melhorias para o desenvolvimento da atividade e dois dos alunos citaram que o copo medidor poderia ter mais divisões pois tiveram dificuldade na hora de realizar as medições.

Perguntei aos alunos sobre o porquê de a quantidade de pedidos para ir trocar a água foi diminuindo e me deparei com 3 tipos de respostas. Alguns alunos responderam que o fato de ir jogar a água e anotar o nome na planilha, gerava vergonha e então pararam de jogar para não serem julgados pela classe. Outros alunos afirmaram que a atividade gerou uma conscientização sobre o desperdício e por isso pararam de jogar água no balde. Um último conjunto de alunos afirmou perceber a diminuição da água desperdiçada, mas não sabia dizer o motivo.

**Considerações Finais**

Por meio da atividade de Modelagem Matemática desenvolvida foi possível observar diversos fatores positivos, desde a coleta de dados até a apresentação à sala. No momento da coleta de dados verificou-se o interesse dos alunos no desenvolvimento da atividade, pois a simples tarefa de medir a

água utilizando o copo medidor foi suficiente para engajar os alunos e despertar a curiosidade dos mesmos quanto ao desenvolvimento da atividade.

Percebeu-se que o momento do debate em grupo, para a escolha da pergunta a ser investigada, foi de grande valia, pois neste momento foi possível verificar o envolvimento dos alunos e a participação coletiva dos grupos. Embora um dos grupos não tenha concluído a atividade no momento previsto, todos os grupos se empenharam para resolver e, ainda, se organizar para apresentar a sala os seus resultados.

A atividade foi bem recebida pela classe que, inclusive, sugeriu para que realizássemos mais atividades parecidas com a desenvolvida. De forma natural notou-se que os integrantes dos grupos se ajudaram para retomar conteúdos e investigar hipóteses para a resolução da atividade.

O tempo para a coleta de dados é algo a ser pensado para próximos trabalhos, pois depois da primeira semana os alunos não estavam mais motivados para anotarem os dados, inclusive este aspecto foi relatado por um dos alunos no fechamento da atividade. Outra possibilidade de melhora no desenvolvimento da atividade, observado por mim e dois dos alunos, é que o copo medidor poderia possuir mais divisões na graduação, aumentando a precisão dos dados.

Diante do apresentado é possível afirmar que a atividade desenvolvida foi suficiente para o engajamento de toda a turma, desenvolvimento da atividade e da apresentação dos alunos. Notou-se também que a atividade foi suficiente para a retomada de conteúdos e melhora quanto a autonomia dos alunos em relação ao que deveria ser investigado e como esse desenvolvimento aconteceria.

**Referências**

ALMEIDA, Lourdes M. W.; DIAS, Michele R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. Bolema: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, ano 17, n. 22, p. 19-36, 2004.

ALMEIDA, Lourdes M. W.; SILVA, Karina P. da. Modelagem Matemática em Foco. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação, Departamento da Educação Básica. Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica, Curitiba: SEED/DEB, 2008.

Pessoa da Silva, K. A., & Martins, N. (2023). Raciocínio Diagramático em Atividades de Modelagem Matemática no Ensino Fundamental. VIDYA, 43(2), 287–305. https://doi.org/10.37781/vidya.v43i2.4627

SCHRENK, M. J.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática como Prática Pedagógica: uma possível caracterização em Educação Matemática. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 24, n. 1, p. 194-224, 2022.

TRINDADE, Suzana L.; SILVA, Karina P. da. Componentes da Aprendizagem em uma atividade de Modelagem Matemática. EPREM: Encontro Paranaense de Educação Matemática, Foz do Iguaçu, p. 13, 2022.

VERTUAN, R. E.. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem matemática. 2013. 249 p. (Tese de doutorado), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Paraná. Disponível em: https://pos.uel.br/pecem/wp-content/uploads/2021/08/VERTUAN-Rodolfo-Eduardo-1.pdf. Acesso em: 17 jan. 2018.