



Encontro Paranaense de Educação  
Matemática  
Curitiba, 26 a 28 de setembro de

## MATEMÁTICA DO ENSINO DE FRAÇÕES EQUIVALENTES: PRÁTICAS DE ONTEM NA SALA DE AULA DE HOJE

Adriana Menegotto Nierri  
Colégio Estadual do Campo Heitor Cavalcanti de Alencar Furtado - Secretaria Estadual de  
Educação do Estado do Paraná  
adriana.menegotto@yahoo.com.br

Juliana Martendal Salla  
Universidade Federal do Paraná  
Julianamsalla@gmail.com

Ruth Edite Cosme  
Escola Municipal Joaquim Monteiro Martins Franco - Secretaria Municipal de Educação -  
Palotina/PR  
ruthinhacosme@gmail.com

Barbara Winiarski Diesel Novaes  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná campus Toledo  
barbaradiesel@gmail.com

### Resumo

O minicurso objetiva discutir de que maneira a reflexão sobre as práticas de ontem, relativas ao ensino de fração, podem contribuir para as práticas de hoje desenvolvidas nas salas de aula. À luz das pesquisas desenvolvidas pelo Grupo de Pesquisa da História da Educação Matemática (Ghemat-Pr), numa perspectiva histórico cultural discutiremos sobre os saberes do ensino e da formação a partir da análise de atividades sobre frações equivalentes em livros escolares. A primeira coleção, da década de 1970, mostra o protagonismo de autoras paranaenses de livros didáticos para os primeiros anos de escolarização pertencentes ao NEDEM. A segunda coleção, atual, procura evidenciar as permanências e mudanças na forma de ensinar esse conteúdo. A ideia é que ao final do minicurso os participantes percebam que a sistematização dos saberes para ensinar frações equivalentes não é algo recente, tampouco construído por um indivíduo, mas que foi tendo alterações significativas a partir das discussões pedagógicas.

**Palavras-chave:** Frações equivalentes. História da educação matemática. Livros didáticos.

### Introdução

Pesquisas no campo da Educação Matemática destacam que “[...] no Ensino Básico, um dos tópicos mais importantes é o conhecimento dos números fracionários” (Powell, 2018, p. 78) e que as frações “[...] têm sido objeto de muitas discussões didático-pedagógicas, mostrando-se um tema polêmico” (Morais; Bertini; Valente, 2021, p. 11). Dentre os conteúdos matemáticos que os alunos

dos primeiros anos de escolarização apresentam maior dificuldades na aprendizagem, estão os conceitos de frações e de frações equivalentes (Schastai; Silva; Soistak, 2014); (Carraher; Schliemann, 1992).

O conceito de frações é a base para a aprendizagem da álgebra, sobretudo quando a compreensão do número racional se dá pela “[...] análise lógica das interpretações matemáticas da ideia do número racional tais como operações com números racionais, comparação de frações decimais e equivalência de frações” (Scheffer; Powell, 2020, p. 26). Em geral, a escola está preocupada em transmitir o conteúdo científico, e não, com a compreensão do conhecimento (Oliveira, 1996). Em suas pesquisas enfatiza a importância de conceituar a ordem e a equivalência das frações, pois essas fundamentam as técnicas posteriores sobre as operações nos anos finais do ensino fundamental.

As pesquisas ainda apontam alternativas para o ensino na compreensão das ideias de frações equivalentes, comparação e operações com frações, mas também evidenciam que em sala de aula o processo de ensino está mais voltado para a memorização de fórmulas e procedimentos sem a compreensão do conteúdo estudado (Schastai; Silva; Soistak, 2014), e (Silva, 2017). Percebemos que as frações ocupam lugar emblemático, sendo um dos conteúdos que os alunos apresentam maior dificuldade na aprendizagem.

Se pensarmos numa perspectiva histórica, poderíamos nos perguntar, por que a escola ensina da maneira que ensina? (Chervel, 1990). Especificamente em relação ao tema desse minicurso: “Por que as frações equivalentes são ensinadas de uma determinada maneira e não de outra?” ou “Quais saberes são necessários ao professor para ensinar frações equivalentes?”. Essas são questões de fundo epistemológico que podem contribuir para a compreensão de práticas atuais dos professores que ensinam matemática – frações equivalentes.

Diante desses fatores, este minicurso objetiva discutir de que maneira a reflexão sobre as práticas de ontem, relativas ao ensino de fração equivalentes, podem contribuir para as práticas de hoje desenvolvidas nas salas de aula. Para tanto, selecionamos atividades sobre frações equivalentes propostas na coleção de livros didáticos do Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática (NEDEM) para os primeiros anos de escolarização que teve como autoras cinco professoras paranaenses: Clélia Tavares Martins, Esther Holzmann, Gliquéria Yarentchuk, Henrieta Diminski Arruda e Nelly Humphreys na década de 1970. Com o intuito de evidenciar permanência e transformações no ensino desse conteúdo trazemos para discussão atividades propostas na coleção *Abis Mais* de Luiz Roberto Dante e Fernando Viana da Editora Ática, de 2021.

O historiador desempenha o papel de um detetive, necessita do auxílio de teorias para construir os fatos históricos (Darton, 2014). Na mesma vertente, o historiador da educação

matemática, tem por tarefa produzir fatos históricos, utilizando-se do estudo de práticas da educação matemática de outros tempos. Uma das formas de se estudar essas práticas é pelo questionamento das produções escolares, em que os livros didáticos, se constituem em preciosos documentos para a escrita sobre os saberes escolares e para a pesquisa da História da educação matemática (Valente, 2008).

Ao analisarmos um livro didático como fonte de pesquisa, podemos realizar questionamentos em torno dos conhecimentos fundamentais, como são expostos, organizados, a sequência dos conteúdos, a linguagem utilizada, a metodologia enfatizada e a relação do livro didático com a formação do professor. Os autores não são simples espectadores de seu tempo, são agentes, assim como o livro didático, “não é um simples espelho: ele modifica a realidade para educar as novas gerações” (Choppin, 2004, p. 557).

O minicurso será ministrado tendo como base a História cultural, onde Julia (2001) traz apontamentos sobre a cultura escolar, os significados dados pela escola na produção de um saber escolar. Esta perspectiva auxilia na compreensão de que as transformações no ensino dos conteúdos escolares ocorrem a partir de discussões pedagógicas coletivas. Mas especificamente vamos analisar as metodologias utilizadas pelos autores dos livros didáticos das duas coleções para ensinar as frações equivalentes.

De acordo com Chartier (1990), há dois conceitos fundamentais para a compreensão da investigação por meio da História Cultural e ambos auxiliam na compreensão da matemática do ensino de frações (Morais, Bertini e Valente, 2021) considerada como um saber resultante da produção histórica da cultura escolar. Um desses conceitos é a representação, ligada à forma do sujeito construir o mundo, dando-lhe sentido e significado. Neste estudo pretende-se compreender a representação das frações equivalentes de uma determinada época e atualmente. O outro é a apropriação, que depende da recepção ou interpretação do sujeito com relação às fontes, permitindo-lhe situar-se historicamente.

Em relação a matemática do ensino exploraremos duas categorias: sequência e graduação. Por sequência entendemos “O lugar ocupado pelas frações no conjunto dos temas da aritmética” (Morais; Bertini; Valente, 2021, p. 18). Consideram que a sequência indicada nos livros didáticos tem caráter histórico e esta muda de acordo com cada época pedagógica, apresenta-se como uma ordem de temas, que será percorrida pelo professor, visando a aprendizagem do aluno.

Dentro da sequência apresentada pelos livros didáticos, faremos uma reflexão mais detalhada de como o ensino de frações equivalentes é apresentado nestes materiais e qual a graduação posta para esse ensino.

A graduação faz referência à “[...] estruturação de uma dada rubrica escolar nos seus diferentes temas para o ensino”. Ela “[...] está diretamente ligada a uma concepção de ensino e de aprendizagem de um dado assunto pelo aluno” (Morais; Bertini; Valente, 2021, p. 19). Essa categoria de análise considera uma progressão do ensino dentro do tema, no nosso caso das frações equivalentes, ou seja, são os caminhos que o professor irá trilhar.

### **Frações equivalentes**

O campo dos números racionais surge da necessidade humana de medir grandezas contínuas, percebendo que a unidade de medida não cabia quantidades inteiras de vezes na grandeza a ser medida e sendo os números naturais insuficientes para atender a essa necessidade, “[...] para fazer a subdivisão da parte inteira, era necessário superar o campo numérico já conhecido para um novo conceito, as frações e depois, o campo dos números racionais” (Romeiro; Moretti, 2021, p. 468). Nesse sentido, é preciso ter cuidado ao se trabalhar as ideias básicas das frações, em que o numerador e o denominador de uma fração são tidos como dois números naturais independentes, o denominador representa a quantidade de parte que um inteiro foi dividido e o numerador a quantidade de partes que foram tomadas. Apesar das frações remeterem ao conceito de continuidade, muitas vezes, no ensino, o conceito de fração fica limitado ao significado parte-todo, onde a grandeza discreta fica evidenciada, afirmam que, nesse caso, o conjunto dos números naturais é suficiente (Romeiro; Moretti, 2021).

A equivalência de frações é um dos conceitos que os alunos apresentam grandes dificuldades inicialmente. Uma hipótese, é que isso se dá pela falta de compreensão de alguns significados sobre as frações. Monteiro e Groenwald (2014) sugerem que o conceito parte-todo deve ser trabalhado também com frações maiores que uma unidade, reconhecendo que as frações podem ser escritas de diferentes formas: frações próprias, impróprias, mistas e aparentes, e afirmam que entender a fração como um número é fundamental para a compreensão de equivalência (Monteiro; Groenwald, 2014).

Romeiro e Moretti (2021, p. 469) apontam que a “[...] necessidade de pensar teoricamente, num processo mediado pelo conceito de fração equivalente, se deu a partir de situações envolvendo a comparação de grandezas contínuas subdivididas em quantidades diferentes”. Garcez (2013) e Martinho (2020) afirmam que o conceito de frações equivalentes pode ser visto na comparação e ordenação de frações, nas operações de adição e subtração de frações e que “[...] o entendimento da fração como número é imprescindível para que o aluno inicie a compreensão de equivalência e

posteriormente realize os algoritmos das operações corretamente” (Monteiro; Groenwald, 2013, p. 117).

Compreender a equivalência é ter procedimentos eficientes para encontrá-la, daí a importância em mostrar para o aluno estratégias eficientes e generalizadas para encontrar frações equivalentes.

As ideias de ordem e equivalência são conceitos fundamentalmente importantes. [...] Compreender a equivalência de frações é crucial para a capacidade do aluno de somar e subtrair frações, comparar e ordenar frações (PETIT; LAIRD; MARSDEN, 2010, p. 133).

Destacam-se os modelos indicados por Petit, Laird, Marsden (2010), para desenvolver a compreensão conceitual de equivalência. Através da reta numérica mostram que as frações são localizados no mesmo ponto. Em modelos de área, as frações equivalentes são representadas pelas mesmas regiões e nos conjuntos as frações equivalentes resultam na mesma contagem de objetos.

De acordo com Lamon (2012, p. 136), “[...] as crianças precisam de muitas experiências informais com frações antes de prosseguir para as operações formais de frações, porque precisam desenvolver algum senso de fração”. Isso quer dizer que o aluno precisa ter experiências que o ajudem a estabelecer conexões entre as frações, comparar, ordenar, estabelecer relações de equivalência e saber julgar se as respostas encontradas são, ou não, razoáveis ao que se está sendo pedido.

Garcez (2003) destaca que a compreensão do conceito de frações equivalentes, sem recorrer ao uso de regras deve ser priorizado, Nunes (2003) ressalta que as frações equivalentes devem ser ensinadas pelo professor de maneira conceitual e não através de um conjunto de regras, pois os alunos precisam entender o conteúdo e suas aplicações, bem como, esse se relaciona com os contextos escolares. Reconhece não ser tarefa fácil, mas necessária para uma aprendizagem mais significativa, não somente vinculada à memorização de regras e algoritmos.

Com base nas pesquisas apresentadas, uma proposta atual para se trabalhar as frações equivalentes seria compreender a representação de uma fração, utilizando uma variedade de representações perceptivas e matemáticas para que a criança abstraia o conceito de frações equivalentes e generalize. A igualdade de frações resulta do uso de diferentes nomes para uma fração, esses podem ser percebidos através de modelos de área, determinar um número desconhecido entre duas frações equivalentes, comparar frações, reta numérica, perceber a fração com o conceito de continuidade, trabalhar as frações equivalentes na forma de frações próprias, frações impróprias, mista e aparente.

Para o ensino de frações, sugere-se que as crianças tenham muitas experiências informais antes de formalizá-las. Partindo do uso do material concreto, mas que as experiências vão além do material para poder generalizar o conceito de frações equivalentes. Nesse sentido, trouxemos para a reflexão as propostas para o ensino de frações equivalentes presentes nos livros didáticos Volumes III e IV da coleção “Ensino Moderno de Matemática” do NEDEM, referentes respectivamente à 3ª e 4ª série do Ensino Primário e nos livros do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, coleção Ápis Mais, de Dante e Viana (2021).

### O minicurso

O minicurso acontecerá em quatro momentos dispostos no tempo de 2 horas e 30 minutos. O material necessário envolve folhas de atividades que serão entregues aos cursistas ao longo do minicurso e projetor multimídia.

#### *Primeiro momento (aproximadamente 30 minutos)*

Os professores e participantes do minicurso irão se apresentar rapidamente dizendo o motivo por terem escolhido participar da discussão dessa temática. Em seguida os organizadores irão apresentar em linhas gerais os momentos da realização do minicurso, bem como a perspectiva teórico-metodológica das pesquisas realizadas pelo grupo de pesquisa.

#### *Segundo momento (aproximadamente 40 minutos)*

Em um segundo momento serão entregues folhas de atividades para que os participantes possam resolver as atividades propostas nos Volumes III e IV dos livros didáticos do NEDEM<sup>1</sup>, referentes respectivamente à 3ª e 4ª série do ensino primário (atual quarto e quinto ano do ensino fundamental), possibilitando evidenciarmos a sequência utilizada pelas autoras para ensinar as frações equivalentes.

No livro didático Volume III “Ensino Moderno da Matemática” (Holzmann et al. 1975), referente a 3ª série, as frações equivalentes são trabalhadas após as relações de igualdade entre unidade fracionária e unidade inteira, como exemplo “Pinte  $\frac{3}{3}$  de cada bolo de uma cor” (Holzmann et al. 1975) o que equivale a um inteiro, representado por um número natural.

Nesse volume, o ensino de frações apresenta a *sequência*: unidade fracionária, representação de números fracionários na reta numérica, relação de igualdade, desigualdade, ordem e equivalência, adição e subtração de frações homogêneas e heterogêneas.

---

<sup>1</sup> A coleção “Ensino Moderno de Matemática”, disposta em quatro Volumes e destinada às primeiras séries de escolarização, foi organizada pelo NEDEM. O NEDEM, teve como coordenador geral Osny Antonio Dacol e a coleção teve como autoras: Esther Holzmann, Clélia Tavares Martins, Gliquéria Yaremtchuk, Henrieta Dyminski Arruda, Nelly Humphreys. Destacamos que alguma das autoras não participaram de todos os volumes da coleção.

A primeira atividade proposta do livro de Holzmann et al. (1975, p.133) são as frações na reta numérica (figura 1). Espera-se que o aluno perceba que alguns numerais nas retas distintas estão exatamente na mesma posição e que é possível fazer a comparação de frações.

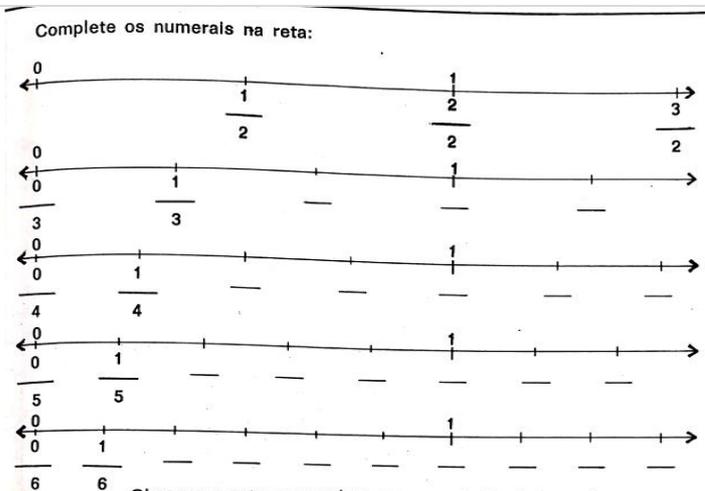


Figura 1 - Primeira atividade - Frações na reta numérica

Fonte: Holzmann et al. (1975, p.133)

Em seguida, iremos entregar aos participantes um segundo excerto retirado do livro do NEDEM da terceira série (figura 2)

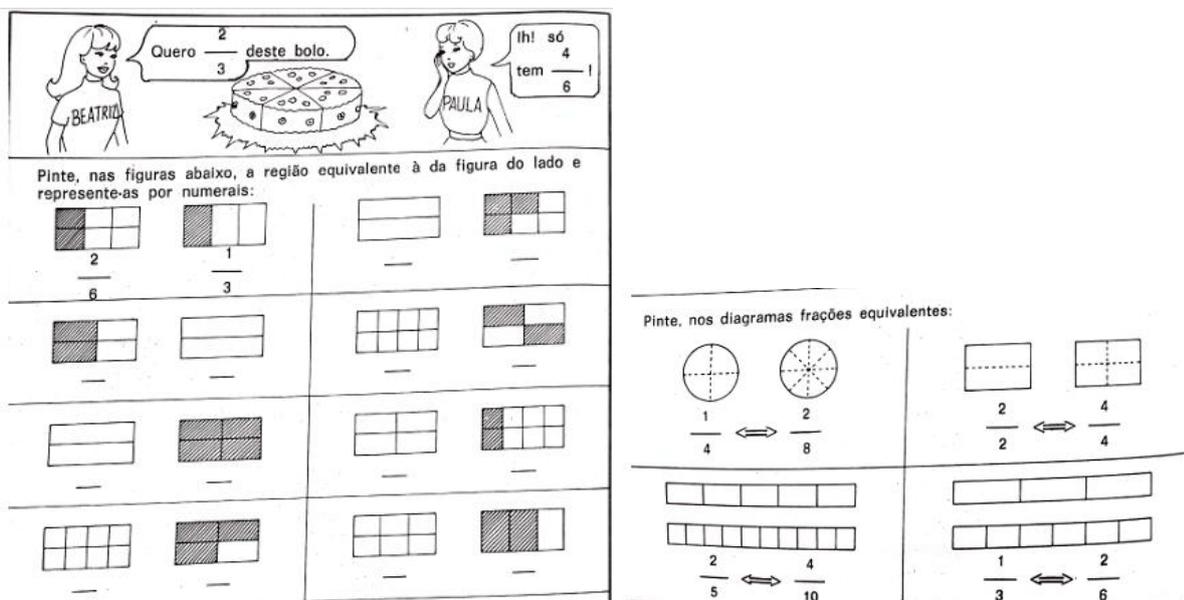


Figura 2– Atividade 2 - Noções de equivalência

Fonte: Holzmann et al. (1975, p.137)

No retângulo da esquerda a noção de metade foi representada numa imagem na qual o aluno teria que fazer uma “operação” mental para compreender que  $\frac{2}{3}$  do bolo equivaleria a  $\frac{4}{6}$ . Na sequência, temos atividades variadas para que o aluno pudesse identificar as frações equivalentes.

No Livro didático “Ensino Moderno de Matemática” de Martins, Yaremtchuk, Arruda (1975a), Volume IV, para o ensino de frações equivalentes segue a sequência, revisar o conteúdo de frações trabalhado em anos anteriores através de conjuntos de figuras em cartolinas, fichas, tampinhas, usar recortes, dobraduras e pinturas de figuras em cartolina (Martins; Yaremtchuk; Arruda, 1975b), subconjuntos equipotentes, equivalência entre número fracionário e número natural, comparação de frações através da reta numérica, equivalência de frações através do quadro de equivalências, classes de equivalência, imagens de disco de frações, até chegar à propriedade: “Multiplicando os termos de um número fracionário pelo mesmo número natural, diferente de zero, obtém-se um número fracionário equivalente ao número dado” (Martins; Yaremtchuk; Arruda, 1975a, p. 144).

Uma terceira atividade proposta (figura 3) para o curso envolve subconjuntos equipotentes: “achar a fração de um conjunto, é semelhante ao trabalho com subconjuntos equipotentes” (Martins; Yaremtchuk; Arruda, 1975a, p. 134).

Achar a fração de um conjunto, é semelhante ao trabalho com subconjuntos equipotentes. Veja como poderia ser representado o exercício B:

$\frac{9}{15}$  ou  $\frac{3}{5}$

Trabalhe e descubra dois modos de representar a mesma quantidade.

$\frac{8}{12}$  ou \_\_\_\_\_

$\frac{4}{8}$  ou \_\_\_\_\_

$\frac{20}{24}$  ou \_\_\_\_\_

$\frac{8}{14}$  ou \_\_\_\_\_

34

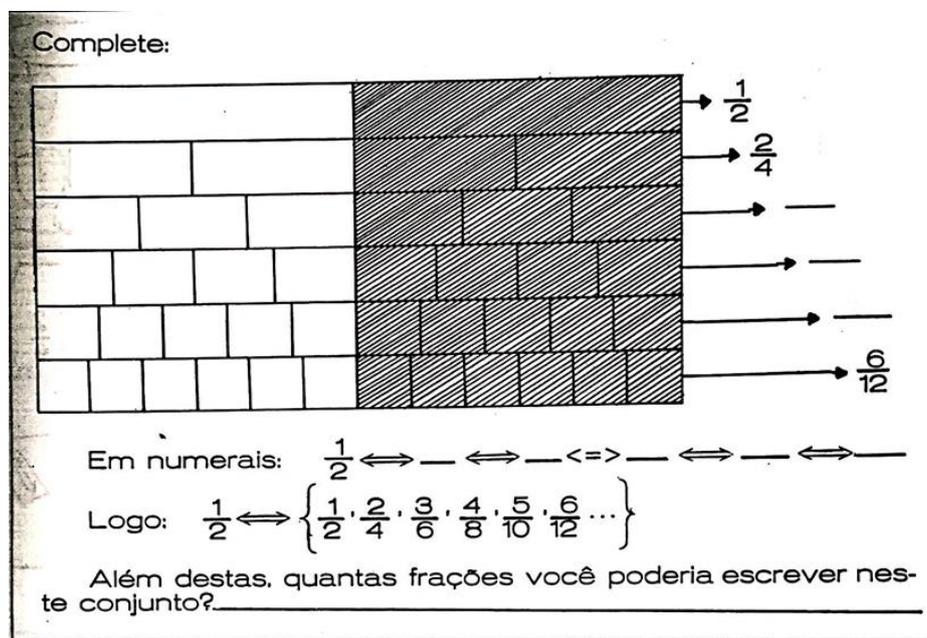
**Figura 3** – Atividade 3 - Subconjuntos equipotentes

Fonte: Martins, Yaremtchuk, Arruda (1975a, p. 134).

Para a representação fracionária do número natural se utiliza de exercícios com conjuntos. A apresentação da noção de equivalência foi feita por meio da relação de equivalência de frações

impróprias e número inteiro, através de exercícios que explora unidades simples, frações próprias, frações impróprias, conjunto de elementos na sequência. Os conceitos são apresentados não de forma isolada, mas em conjunto.

A comparação de números fracionários também acontece por meio do dispositivo didático quadro de frações, onde é possível comparar frações e utilizar os sinais de maior, menor ou igual, para representar essa comparação. Um exemplo desse trabalho podemos conferir na atividade 4 proposta (figura 4). Esse também possibilita estabelecer visualmente relações de ordem e de equivalência entre frações, sendo possível perceber que a fração  $\frac{1}{2}$  é equivalente às frações:  $\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \dots\}$  escrevendo assim a classe de equivalência da fração  $\frac{1}{2}$ .



**Figura 4** – Atividade 4 - Quadro de equivalência e comparação de frações

Fonte: Martins, Yaremtchuk, Arruda (1975a, p. 143).

Somente após uma variedade de atividades é que é estabelecida a regra, “multiplicando os termos de um número fracionário pelo mesmo número natural, diferente de zero, obtém-se um número fracionário equivalente ao número dado” (Martins; Yaremtchuk; Arruda, 1975b, p. 144). Nessa graduação o conceito de frações equivalentes foi apresentado de diferentes formas, numa progressão às operações mais sistematizadas e abstratas.

O livro propõe que as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes sejam resolvidas pela equivalência de frações. “Efetue as adições, consultando as classes de equivalência (página anterior)” (Martins; Yaremtchuk; Arruda, 1975a, p. 148).

Como exemplo: para efetuar a adição  $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ , consultava-se as classes de equivalências construídas anteriormente, nesse caso as classes de equivalência seriam:  $\frac{2}{3} \Leftrightarrow \{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \dots\}$ ;  $\frac{1}{2} \Leftrightarrow \{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \dots\}$  operando assim  $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$  (Martins; Yaremtchuk; Arruda, 1975a). Para tanto é proposto a quinta atividade para somar as frações equivalentes utilizando as classes de equivalência (figura 5).

Efetue as adições, consultando as classes de equivalência. (Página anterior).

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{6}{9} + \frac{2}{3} \Leftrightarrow \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{6}{4} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{6} + \frac{1}{3} \Leftrightarrow$$

Figura 5 - Soma de frações heterogêneas e classes de equivalência

Fonte: (Martins; Yaremtchuk; Arruda, 1975a, p. 148).

O conteúdo de frações é finalizado com a imagem da reta numérica (Figura 6) e com várias relações de equivalências e definições. Definição como: “Cada conjunto de frações equivalentes representa um número, o NÚMERO RACIONAL” (Martins; Yaremtchuk; Arruda, 1975a, p.154).

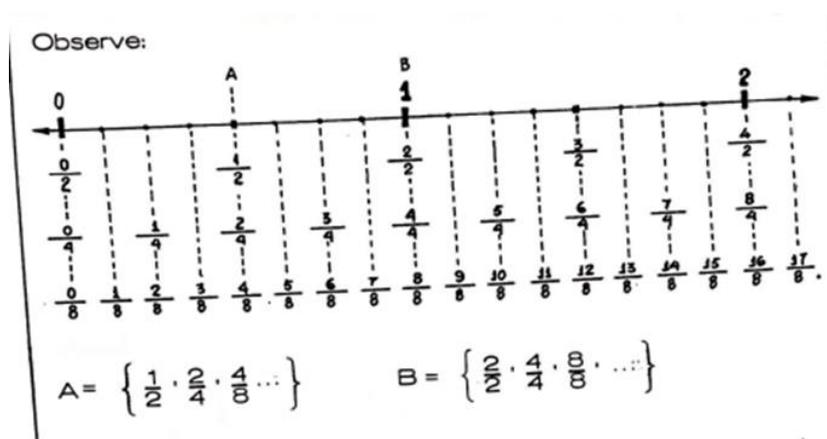


Figura 6 – Atividade 6 - Representação geométrica dos números racionais

Fonte: Martins, Yaremtchuk, Arruda (1975a, p.154).

Terceiro momento (40 minutos)

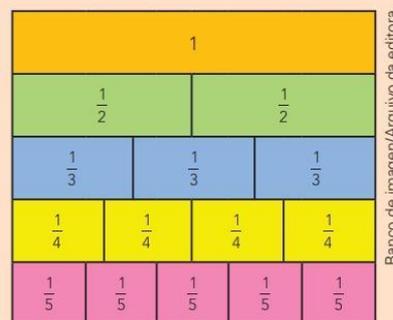
Quando passamos o nosso olhar para os livros de Dante e Viana (2021) da coleção *Ápis Mais*, faremos a mesma análise de parte dos volumes 4 e 5, correspondentes aos anos escolares de 4º e 5º ano.

No livro do 4º ano, a unidade 8, possui como tema as frações e os decimais. A unidade inicia apresentando situações do dia a dia em que as frações e os decimais estão presentes. Em sua *sequência*, faz uma apresentação do que seria uma fração, de suas partes (numerador e denominador) e as nomenclaturas utilizadas, sempre com atividades que envolvem situações reais e/ou com desenhos de demonstração. Os tópicos trabalhados são então, frações e medidas, fração de um grupo de elementos (ideia de razão), fração de um número, frações na reta numérica, comparação de frações, probabilidade, porcentagem e então decimais.

No tópico de comparação de frações temos os primeiros indícios de frações equivalentes, e como sugestão de atividade, o manual do professor traz a seguinte proposta apresentada a seguir e que faremos como a sétima atividade para os cursistas.

### Sugestões de atividades

- Reúna os estudantes em grupos e peça a cada um deles que invente regras para a criação de frações e as entregue para o colega resolver. Por exemplo: frações de denominador 12 que são menores do que a metade e frações de numerador 8 que são maiores do que a metade.
- Proponha aos estudantes que criem tiras para representar as diferentes frações da unidade e compará-las. Para isso, entregue a cada um deles o desenho das tiras divididas em partes iguais (1 tira inteira e 9 tiras divididas de 2 a 10 partes iguais) e peça que registrem a fração que representa cada parte e que pintem as tiras como no modelo.



**Figura 7:** Atividade 7 - Sugestões de atividades com tiras de frações

Fonte: Dante e Viana (2021, p. 260 do manual do professor)

Na sugestão de atividade proposta na figura 7, espera-se que os alunos tenham compreendido sobre comparação de frações, não por meio de uma regra padrão, mas na utilização de representações com desenhos, cada um criando sua própria estratégia para comparar frações. Percebemos que o manual já sugere a noção de equivalência de frações.

Passando para o livro do 5º ano, encontramos o assunto de frações na unidade 6, que se inicia realizando uma revisão do conteúdo de frações, lembrando nomenclatura, situações do dia a dia, representações e porcentagem. Assim, os temas seguem a seguinte *sequência*: ideia de fração, leitura de frações, fração de um conjunto de elementos, fração de um número, fração e divisão,

número misto, frações equivalentes, comparação de frações, operações envolvendo frações, ideia de porcentagem e probabilidade.

A seguir apresentamos a sequência didática da coleção Ápis Mais para o conteúdo de frações equivalentes.

O livro as apresenta sugerindo ao aluno uma atividade prática, feita com folhas de sulfite A4. Propõe ao professor que explique ao estudante o conceito de fração equivalente, “aquelas que representam a mesma parte de uma unidade”. Por exemplo, “ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ ”, por meio de desenhos (Dante; Viana, 2021, p. 185. do manual do professor).

O foco inicial das frações equivalentes (Dante; Viana, 2021) está na confecção das tiras de frações equivalentes, para que o aluno compreenda como esta acontece, sem focar na multiplicação ou divisão, ou em algum “macete” para descobrir se determinadas frações são equivalentes, como mostram as imagens abaixo. Essa será a nossa oitava atividade sobre as frações equivalentes.

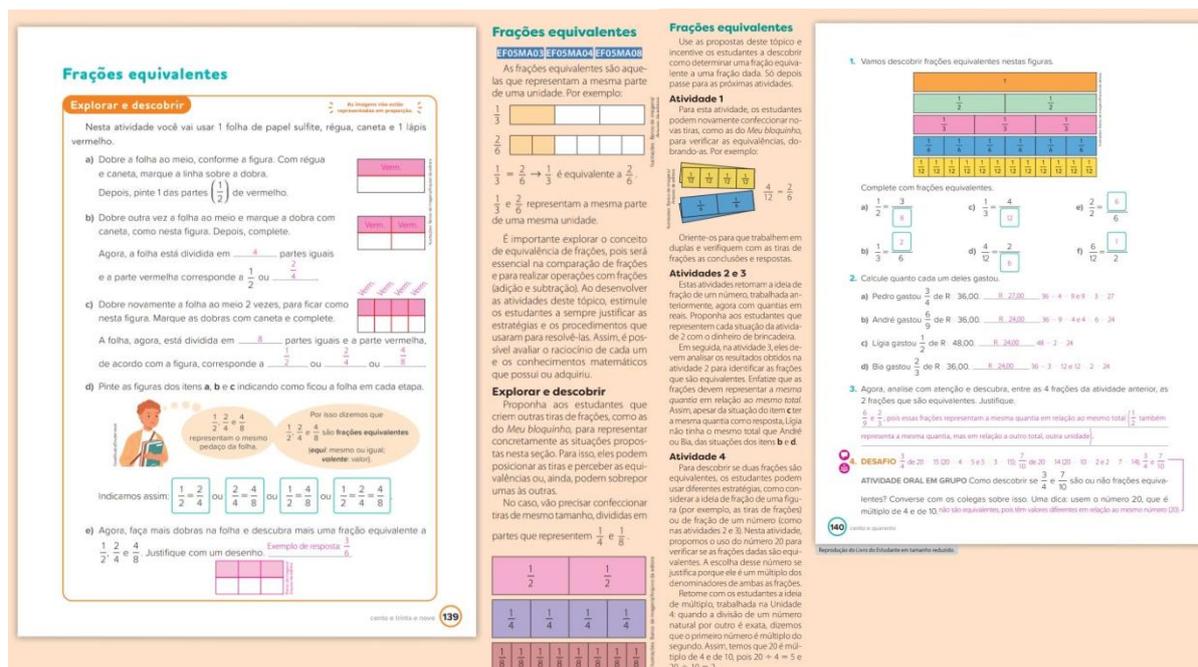


Figura 8: Atividade 8 - Confecção de tiras de frações equivalentes

Fonte: Dante e Viana (2021, p. 185 a 187 do manual do professor)

É sugerido ao professor, que antes de apresentar as propriedades de multiplicação e divisão para encontrar a equivalência, que trabalhe com os alunos, organizados em duplas, que elaborem uma lista de frações com base nas que viram em atividades anteriores. É proposto que o professor os instigue a encontrar novas frações equivalentes a cada uma das que está na lista que fizeram, observando as estratégias que cada grupo utilizou. Partindo do que foi feito anteriormente, talvez “percebam que podem ir dividindo por 2 cada parte da figura, o que fica representado pela

multiplicação por 2 do numerador e do denominador da fração” (Dante; Viana, 2021, p. 187 do manual do professor).

#### *Quarto momento (40 minutos)*

Num quarto momento será discutido sobre as permanências em relação a maneira de se ensinar frações equivalentes, relacionadas ao desenvolvimento das atividades apresentadas nos livros didáticos, e o que foi modificado, com questões que envolvem essas transformações. Em seguida será promovido uma reflexão sobre as propostas apresentadas e discutido como essas propostas podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem na sala de aula dos dias atuais. Bem como, de que forma podem ser adaptadas para uma melhor qualidade no ensino. Serão discutidos pontos relacionados à matemática do ensino (Bertini e Valente, 2022) de frações equivalentes contidas nos livros didáticos analisados. Ao final, será construída coletivamente uma proposta para ensinar frações equivalentes entre os integrantes do minicurso com base no que foi apresentado nas duas coleções de livros didáticos e outras possibilidades apresentadas pelos cursistas.

#### **Conclusão**

O presente minicurso objetivou discutir de que maneira a reflexão sobre as práticas de ontem, relativas ao ensino de fração, podem contribuir para as práticas de hoje desenvolvidas nas salas de aula. A ideia é que ao final do minicurso os participantes percebam que a sistematização dos saberes para ensinar frações equivalentes não é algo recente, tampouco construído por um indivíduo, mas que foi tendo alterações significativas a partir das discussões pedagógicas.

#### **Referências**

CARRAHER, David Willian; SCHILIEMANN, Analúcia Dias. A compreensão de frações como magnitudes relativas. **Revista Psicologia: Teoria e Pesquisa**. Brasília, v.8, p. 67-78, 1992. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/revistapt/article/view/17124/15610>. Acesso em: 28 maio. 2024.

CHARTIER, Roger. **História Cultural: entre práticas e representações**. Tradução Maria Manuela Galhardo. Ed. Bertrand Brasil. Rio de Janeiro, RJ. 1990.

CHOPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, USP, v.30, n.3, p. 549-566, 2004.

DARNTON, Robert. **Poesia e Política: redes de comunicação na Paris do século XVIII**. Tradutor: FIGUEREDO, Rubens. 1 ed. São Paulo: Companhia das Letras, 2014.

JULIA, D. **A cultura escolar como objeto histórico.** *Revista Brasileira de História da Educação*, Campinas, v. 1, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001. Disponível em: <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/rbhe/article/view/38749>. Acesso em 20 out. 2020.

GARCEZ, Wagner Rohr. **Tópicos sobre o ensino de frações: Equivalência.** 2013. 78f. Dissertação de mestrado profissional em matemática - PROFMAT. Rio de Janeiro, 2013.

HOLZMANN, Esther.; MARTINS, Clélia Tavares; YAREMTCHUK, Gliquéria; ARRUDA, HenrietaDyminski. **Ensino Moderno da Matemática**, vol. III. São Paulo, Editora do Brasil S/A, 1975. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/219785>. Acesso em: 03 jun. 2024.

LAMON, Susan J. **Teaching fractions and ratios for understanding essential content knowledge and instructional strategies for teachers.** New York: Routledge, 3 ed. 2012.

MARTINS, Clélia Tavares; YAREMTCHUCK, Gliquéria; ARRUDA, HenrietaDyminski. **Ensino moderno da matemática**, vol. IV. São Paulo, Editora do Brasil S/A, 1975a. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/219789>. Acesso em: 03 jun. 2024.

MARTINS, Clélia Tavares; ARRUDA, HenrietaDyminski; YAREMTCHUK, Gliquéria. **Ensino Moderno da Matemática**, vol. IV, Livro do Mestre. São Paulo, Editora do Brasil S/A, 1975b. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/219743>. Acesso em: 03 jun. 2024.

MARTINHO, Gesiel Alisson. **O ensino de equivalência de frações para a compreensão das operações como adição e subtração.** 2020. 277f. Dissertação de Mestrado em Educação e Docência. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG. 2020.

MONTEIRO, Alexandre Branco; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. Dificuldades na Aprendizagem de Frações: Reflexões a partir de uma Experiência Utilizando Testes Adaptativos, **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.7, n.2, p.103-135. Nov. 2014.

MORAIS, Rosilda dos Santos; BERTINI, Luciane de Fatima; VALENTE, Wagner Rodrigues. **A Matemática do ensino de frações: do século XIX à BNCC.** Editora Livraria da Física, São Paulo, SP. 2021.

NUNES, Terezinha. Criança pode aprender frações. E gosta! *In: GROSSI, E. P. (org.). Por que ainda há quem não aprende?* A teoria. Petrópolis, RJ: Vozes, p. 204. 2003

OLIVEIRA, Raquel Gomes de. **Aprendizagem de frações: uma análise comparativa de dois processos de ensino na 5ª série do 1º grau**, 165f. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP; 1996.

PETIT, Marjorie M.; LAIRD, Robert E.; MARSDEN, Edwin L. **A focus on fractions: bringing research to the classroom.** 5ª ed. New York; 2010.

POWELL, Arthur. B. Melhorando a epistemologia de números fracionários: Uma ontologia baseada na história e neurociência. *Revista de Matemática Ensino e Cultura*. V.13, n.29, p.78-93. 2018.

ROMEIRO, Irajá Oliveira; MORETTI, Vanessa Dias. Partes, medidas e frações equivalentes: o movimento do pensamento teórico de professores que ensinam matemática. **Obutchénie: R. de**

**Didat. e Psic. Pedag.** Uberlândia, MG. V.5, n.2, pp. 458-483. mai/ago 2021. Disponível em: [https://www.academia.edu/49161365/Partes\\_Medidas\\_e\\_Fra%C3%A7%C3%B5es\\_Romeiro\\_e\\_Moretti\\_Obutchenie](https://www.academia.edu/49161365/Partes_Medidas_e_Fra%C3%A7%C3%B5es_Romeiro_e_Moretti_Obutchenie) . Acesso em: 29 maio. 2024.

SCHASTAI, Marta Burda; SILVA, Sani de Carvalho Rutz da; SOISTAK, Maria Marilei. A abordagem do conteúdo de frações em um curso de formação de professores dos anos iniciais. **Espacios**, n. 5, v. 35, p. 15; 2014.

SCHEFFER, Nilce Fátima; POWELL, Arthur B. Frações na educação básica: o que revelam as pesquisas públicas no Brasil de 2013 a 2019. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. V.09, (n.20), p.08-37. 2020.

SILVA, Paulo Henrique Freitas. **Ensino-aprendizagem de frações: Um olhar para as pesquisas e para a sala de aula**. 166 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande – PB. 2017.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **ZETETIKÉ**. V.16, n.30, p.139-161, jul./dez., 2008. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160373>. Acesso em: 11 set. 2023.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Ápis Matemática, 4º ano, Ensino Fundamental, anos iniciais**. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2021. Disponível em: <https://www.edocente.com.br/colecao/colecao-apis-mais-historia/?object=0>. Acesso em 21 de maio, 2024.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Ápis Matemática, 5º ano, Ensino Fundamental, anos iniciais**. 1. Ed. São Paulo, Ática, 2021. Disponível em: <https://www.edocente.com.br/colecao/colecao-apis-mais-historia/?object=0>. Acesso em 21 de maio, 2024.