INTRODUÇÃO DE FUNÇÃO AFIM EM UMA TURMA DE 9° ANO ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Maria Beatriz Back
UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná
mariabeatrizback@gmail.com

Rosiane Novais da Costa
UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná
rosianendc@gmail.com

Andresa Maria Justulin
UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná
ajustulin@utfpr.edu.br

Resumo
O presente artigo tem como objetivo identificar contribuições da resolução de problemas ao introduzir o conceito de função afim, em uma turma de 9° ano, de um colégio particular de Apucarana - Paraná. A pesquisa, do tipo qualitativa, abarcou 35 participantes do 9° ano do Ensino Fundamental. Os dados foram obtidos por meio das resoluções escritas que os grupos de alunos apresentaram, e das discussões gravadas em áudio, realizadas durante as aulas. Os resultados mostraram que os alunos foram protagonistas no seu processo de aprendizagem, utilizando conhecimentos adquiridos anteriormente, e que essa forma de ensino favorece essa autonomia dos estudantes.

Palavras-chave: Conhecimentos prévios. Estratégias. Ensino de Matemática.

Introdução

A Matemática é vista por muitos como difícil ou até mesmo impossível, isso porque ela é cheia de fórmulas, regras e padrões, ou pela forma que ela é apresentada aos alunos. Uma outra hipótese decorre da ideia de que os alunos não conseguem relacionar os conteúdos matemáticos com a sua vivência fora da escola, e passam a “odiar” a Matemática (Chamie, 1990).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) destaca que os estudantes devem desenvolver habilidades relacionadas à Matemática, incluindo aquelas associadas à resolução de problemas, e que esses problemas precisam ser significativos e relacionados ao mundo real. No entanto, a BNCC não indica como desenvolver essa abordagem em sala de aula, enfatizando-a como um processo. A BNCC (Brasil, 2018) destaca:

> Algumas das habilidades formuladas começam por: ‘resolver e elaborar problemas envolvendo...’. Nessa enunciação, está implícito que se pretende não apenas a resolução dos problemas, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Nessa perspectiva, pretende-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos. (Brasil, 2018, p. 277).

Usar a resolução de problemas para ensinar Matemática não é algo novo. No entanto, como uma abordagem de ensino, e aqui consideramos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP), conforme autores como Allevato e Onuchic (2009) e Allevato e Onuchic (2021). Ela é um caminho para ensinar Matemática e proporciona que os estudantes sejam protagonistas do seu processo de aprendizagem, levando-os a discutirem o problema e a construírem, a partir do que já conhece, novos conhecimentos matemáticos. Além disso, o ensino através da Resolução de Problemas estimula o raciocínio dos alunos e o enriquecimento das aulas, com as discussões desenvolvidas a partir das estratégias de resoluções.

Neste trabalho, buscamos identificar contribuições da resolução de problemas ao introduzir o conceito de função afim. Os dados foram coletados durante duas aulas, em uma turma de 9° ano, em que os alunos apresentaram suas resoluções e houve uma discussão e formalização do conteúdo a partir das resoluções por eles apresentadas.

Resolução de Problemas

É preciso definir o que, de fato, se caracteriza como um problema, pois ele deverá ser proposto como ponto de partida, e por meio dele o conteúdo pretendido será explorado. Considera-se que "um problema é o ponto de partida para a construção de novos conteúdos" (Onuchic e Allevato, 2011, p. 80). Sendo assim, o problema precisa trazer desafios aos alunos, eles precisam desenvolver estratégias de resolução utilizando conceitos já aprendidos anteriormente, conceitos esses que os levarão a aprender um novo.

Para Van de Walle (2009) "um problema pode ser definido como uma tarefa que não possui uma maneira prescrita e única de se chegar ao resultado" (p. 77). Nessa perspectiva, entende-se que há várias maneiras e estratégias para chegar a uma solução, mas que a escolha deste caminho dependerá do aluno e dos conhecimentos prévios que ele possui, ou seja, nessa perspectiva o aluno é quem constrói seu próprio conhecimento, enquanto o professor é mediador.

Com relação a ensinar Matemática utilizando a resolução de problemas, Schroeder e Lester (1989), apresentaram três diferentes usos, a saber: (1) ensinar Matemática para resolver problemas (ensinar então praticar); (2) ensinar sobre resolução de problemas (que se baseia nos passos de Polya) e ensinar via resolução de problemas (considerando o problema como ponto de partida). Porém só em 2000 com *Standards*,[1] que se passou a pensar a resolução de problemas como uma metodologia de ensino. No Brasil, buscando auxiliar os professores com essa perspectiva, o Grupo de Trabalho e

[1] Os Standards (NCTM, 2000) é um documento, publicado pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que serve de referência, orientação e recurso para a Educação Matemática dos Estados Unidos.

Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), da Unesp *campus* Rio Claro, por meio dos trabalhos de Onuchic e Allevato (2009) e Allevato e Onuchic (2021) desenvolveu um roteiro, com algumas etapas a serem percorridas durante uma aula de Matemática fazendo uso da MEAAMaRP:

1. Preparação do problema: momento para que o professor possa formular, selecionar ou adaptar um problema, para que esse possa ser utilizado como problema gerador.
2. Leitura individual do problema: é neste momento que os alunos têm o primeiro contato com o problema.
3. Formação dos grupos e leitura em conjunto: nesse momento os alunos devem formar grupos para ler o problema e trocar ideias. As dúvidas que surgirem quanto à palavras ou termos desconhecidos podem ser esclarecidas pelo professor ou pelo grupo.
4. Resolução do problema nos grupos: aqui os alunos em um trabalho colaborativo, irão em busca de estratégias de resolução.
5. Observar e incentivar: o professor deve observar as estratégias de resolução que os alunos estão utilizando, quais conteúdos estão mobilizando, além de incentivar os alunos frente ao problema, sem interferir falando qual é a resposta.
6. Registro das resoluções na lousa: nesse momento o aluno escolhido para representar o grupo, deve registrar no quadro quais foram as estratégias adotadas para resolver o problema proposto;
7. Plenária: aqui todos os alunos são convidados a discutirem as resoluções apresentadas, além de defenderem seus pontos de vista e escutarem as argumentações feitas pelos outros grupos;
8. Busca do consenso: a partir das possibilidades de resolução, o professor pode dialogar com a turma e buscar um consenso da resposta;
9. Formalização do conteúdo: nesta etapa o professor esse é marcado pela apresenta uma formalização dos conhecimentos matemáticos e faz a sistematização dos conceitos e procedimentos envolvidos no problema;
10. Proposição e resolução de novos problemas: novos problemas podem ser utilizados para que o professor analise se o que foi trabalhado foi compreendido pelos estudantes.

Essas etapas devem estar presentes nas práticas dos docentes que queiram utilizar a MEAAMaRP, pois além de contribuir para a compreensão Matemática dos alunos, também contribui para o processo de ensino-aprendizagem.

Função afim

O objetivo de se ensinar função afim é a compreensão de fenômenos do cotidiano (Barreto, 2008). Esse autor destaca a relevância do estudo das funções na formação dos alunos que, por meio dela, serão capazes de compreender a relação entre variável dependente e independente, interpretar gráficos, identificar informações importantes e resolver problemas do mundo real utilizando modelos lineares.

Os alunos, geralmente, têm o primeiro contato com função afim nos últimos anos do Ensino Fundamental, e depois continuam esse estudo no Ensino Médio. No que se refere à abordagem do ensino de função adotada pela maioria dos professores, Gomes Ferreira e Dehon (1999) consideram que:

> O conceito de função Matemática tem sido introduzido em nossas escolas de uma forma abstrata e descontextualizada, apesar de suas inúmeras aplicações no cotidiano. Sua introdução se dá, convencionalmente, após o estudo de relações binárias, de pares ordenados e de sistema cartesiano. Função é, finalmente, introduzida como um caso especial de relação binária. Posteriormente, algumas famílias de funções são exploradas. Cada família de funções é definida através de sua fórmula geral, seguida por um suporte gráfico. Desconsidera-se, assim toda a utilidade de funções e o conhecimento intuitivo do aluno sobre função (Gomes Ferreira e Dehon, 1999, p. 1).

Sobre a definição de função afim retratada nos livros didáticos, em geral, são bem parecidas. Apresentamos aqui a definição trazida no livro didático da turma participante da pesquisa: “Sejam os conjuntos A e B não vazios. Uma função f de A em B é uma regra que diz como associar a cada elemento $x \in A$ um único elemento $y = f(x) \in B$” (TEIXEIRA, Lilian Aparecida. 2022, p. 162).

Percurso metodológico

A pesquisa é do tipo qualitativa, pois tem o intuito de analisar processos, por meio do estudo de ações individuais ou coletivas, por meio de uma abordagem interpretativa do mundo, o que significa que o pesquisador estuda as coisas em seu cenário natural (Denzin e Lincoln, 2006). Assim, consideramos que nossa pesquisa é qualitativa por buscar identificar contribuições da resolução de problemas ao introduzir o conceito de função afim, em uma turma de 9° ano, de um colégio particular de Apucarana - Paraná. Entendemos que o cenário natural é a turma do 9º. Ano do Ensino Fundamental, específica, de uma escola privada e cujos resultados são únicos.

Em relação à função afim, explorada por meio do problema gerador, a BNCC (Brasil, 2018) traz a habilidade (EF09MA06): “Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis”.

A implementação da aula fazendo uso da MEAAMaRP se deu em um colégio particular de Apucarana – Paraná, durante duas aulas de cinquenta minutos e foi proposto o seguinte problema gerador:

Figura 1: Problema Gerador

Em nossa cidade há três lojas credenciadas as operadoras de celular: Loja da TCHAU, Loja da ESCURO e Loja da TUM.

Um estudante do IFPR visando diminuir suas despesas com telefone móvel e manter suas necessidades atendidas fez uma pesquisa referente a planos pós-pago, conforme abaixo:

OPERADORA ESCURO

Plano	Valor Mensal	Valor por min Extra
50 min	R$ 42,99	R$ 0,50
100 min	R$ 68,99	R$ 0,50
150 min	R$ 109,99	R$ 0,50

OPERADORA TUM

Plano	Valor Mensal	Valor por min Extra R$
50 min	R$ 40,00	R$ 0,75
100 min	R$ 66,00	R$ 0,75
150 min	R$ 105,00	R$ 0,75

OPERADORA TCHAU

Plano	Valor Mensal	Valor por min Extra R$
50 min	R$ 39,99	R$ 0,89
100 min	R$ 64,99	R$ 0,89
150 min	R$ 100,99	R$ 0,89

Em todas as operadoras são oferecidas as seguintes vantagens:

**2GB de internet;*
**Torpedos ilimitado para qualquer operadora;*
**Ligações à ilimitodas para celular de mesma operadora;*
**Whatsap ilimitado.*

a) Como é feito o cálculo do valor a ser pago de uma fatura de telefonia celular em planos pós-pagos?
b) Se um estudante utilizasse em média 90 minutos por mês, em que operadora e qual plano seria mais vantajoso?
c) Quando o plano de 150 minutos for excedido, em quanto tempo as faturas das operadoras TUM e TCHAU terão praticamente o mesmo valor cobrado no mês?

Fonte: Mello (2021, p. 108-110)

.

Os alunos resolveram o problema, em grupos, apresentaram suas resoluções e houve uma discussão e formalização do conteúdo a partir dos registros postos no quadro. A turma, composta por 35 alunos, foi dividida em 7 (sete) grupos de 5 (cinco) estudantes para realizarem a atividade proposta. A fim de preservar a identidade dos participantes, os mesmos foram identificados por: A1, A2, ..., A35.

As falas e interações foram gravadas em áudio pela professora e foram considerados os registros escritos dos alunos, no momento que resolveram o problema gerador. Consideramos, para a análise dos dados, os áudios dos grupos que mais discutiram a respeito do problema, e consideramos também a resolução de três grupos diferentes, pois percebemos, durante a plenária, que as respostas dos outros grupos se assemelhavam às respostas deles.

Descrição e análise de dados

O problema foi entregue impresso para cada grupo; primeiramente, foi feita uma leitura individual e, depois, uma leitura em grupo, e então os alunos começaram a pensar em como resolvê-lo. A princípio eles questionaram muito sobre que conteúdo estava envolvido no problema, pois estavam acostumados a primeiro aprenderem o conteúdo e, depois, reproduzirem por meio de exercício.

Das folhas coletadas com as resoluções, analisamos apenas três, porque já havíamos percebido durante a aula que foram os grupos que mais discutiram a respeito e também porque haviam muitas resoluções parecidas. Os áudios, aqui transcritos, foram gravados durante as interações realizadas pela professora-pesquisadora, nos grupos, sendo apresentados os que mais interagiram e discutiram a respeito do problema.

O primeiro trecho refere-se ao grupo 1 formado pelos alunos A1, A2, A3, A4 e A5. O grupo estava resolvendo o problema gerador, quando a professora-pesquisadora se aproximou:

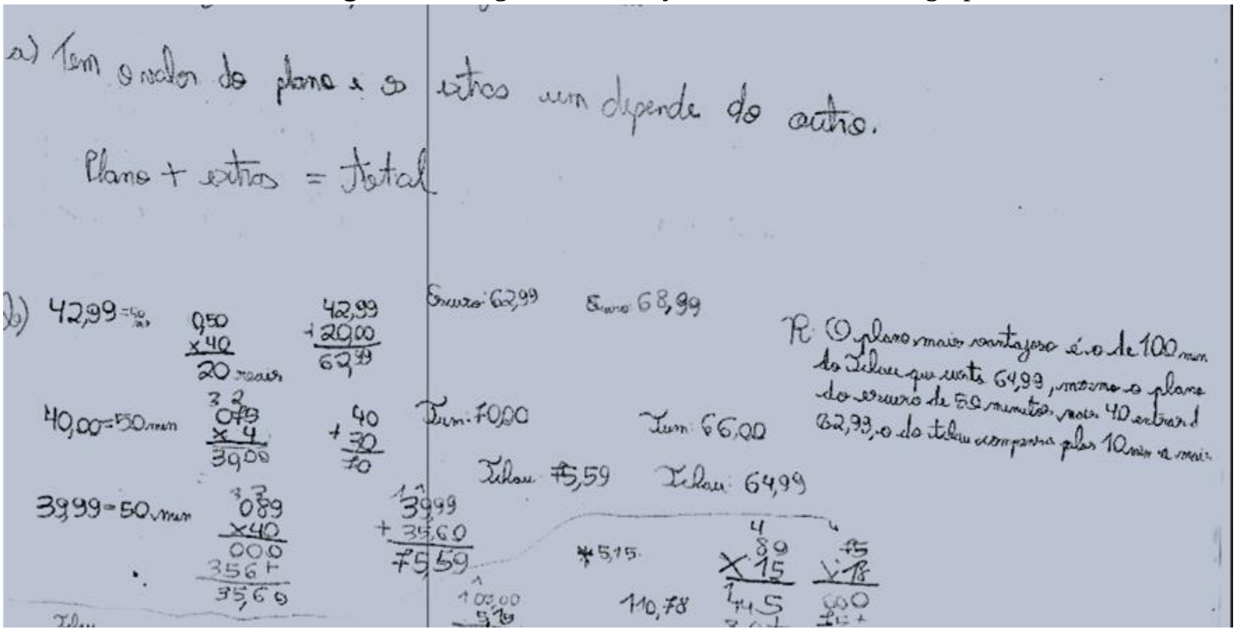
A1: (...) *Na letra A, o cálculo é feito por valor mensal e extra. É cobrado por minutos, por 50, 100 e 150 em cada operadora. Na letra B, eu fiz o cálculo fazendo a conta 90 menos 50 que vai dar 40. Desses 40 eu somei o valor de cada um e fiz vezes 40 de cada operadora. Já na letra C, eu fiz o valor da operadora Tchau menos o valor de 0,89, que deu a diferença do valor da operadora Tum, que dá 150.*
A2: *Aqui, professora, na pergunta B, se o estudante utilizasse em média 90 minutos por mês, em que operador e qual plano seria mais vantajoso? Aí, tipo, teria que, por exemplo, pegar 50, aí ver os valores extras e ver, no total, qual é mais vantajoso?*
Professora: *Mas daí, se ele utilizar o plano 100, o que vai acontecer?*
A2: *Ele vai ter mais 10 minutos e ele vai...*
Professora: *Esses 10 minutos vão sobrar?*
A2: *Sim.*
A2: *Aí diminui, no caso.*
A3: *A gente entendeu que o cálculo das faturas pós-pago é feito quando a pessoa usa o telefone acima do plano original e ela é obrigada a pagar um valor mínimo extra para ela poder usar a fatura da telefonia pós-pago.*
A4: *Pra fazer a letra B a gente multiplicou o valor por minuto extra, vezes o tempo que faltava pra completar 90 minutos, então como 50 mais 40 dá 90, a gente fez 0,50 vezes 40.*
Professora: *E deu quanto?*
A4: *Aqui no plano Escuro deu 20 reais, aí a gente somou 20 reais com 42,99, deu 62.*
Professora: *E o que é o 42,99?*
A4: *O 42,99 é o valor mensal por 50 minutos.*
Professora: *Então o total foi?*
A4: *62,99, 90 minutos.*
A4: *O exercício estava perguntando qual operadora era mais econômica para o estudante se ele usasse em média 90 minutos por mês. Daí a gente pegou o valor dos 50 minutos, o valor de minuto extra a gente fez vezes 40. Daí a gente somou o de 50 minutos com os 40 minutos, que deu os 90 minutos. E daí o mais econômico foi a operadora Escuro.*

A partir da análise desses dados foi possível perceber que, a princípio, os alunos estavam focados no plano de 50 minutos porque os outros planos ultrapassavam 90 minutos, que era o que o problema trazia para eles. Só depois de tentarem fazer o cálculo com o plano de 100 minutos, o grupo percebeu que esse plano na operadora TCHAU compensava mais.

Muitas vezes, os alunos erram algum problema ou até mesmo um exercício porque não foi estimulado a pensar sobre, por isso é importante escolher bem um problema antes de levá-lo para a sala de aula. Freire (1985) pontuou, que cabe ao professor, estimular o aluno a questionar, de modo a instigá-lo à busca do saber e do conhecimento. Para ele, isso significa motivar o estudante, tornando-o mais curioso para que se torne um sujeito ativo e mais participativo durante as aulas.

O primeiro grupo, assim como outros, identificou que o valor total era composto pelo plano mais o valor dos minutos extras, com isso eles calcularam quanto seria pago utilizando o plano de 50 minutos em cada uma das três operadoras, chegando a conclusão de o plano que mais compensava era o de 100 minutos da operadora TCHAU. Em seguida, só foi preciso que eles calculassem os 40 minutos extras nos planos de 50 minutos das três operadoras e comparar os valores, conforme Figura 2.

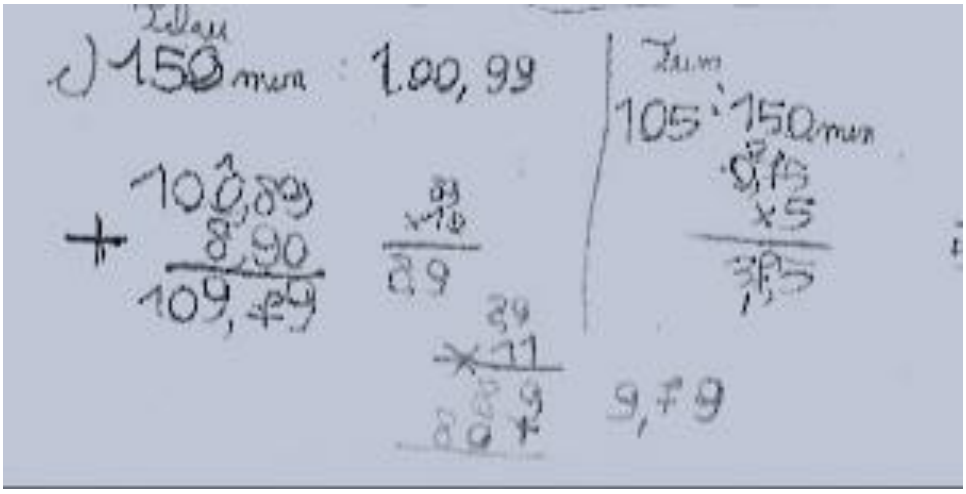
Figura 2 - Imagem da resolução dos itens a e b, do grupo 1



Fonte: relatório de aula.

No item *b*, podemos ver que eles fizeram vários cálculos, então em cada plano multiplicaram os 40 minutos extras pelo valor que correspondia, depois somaram com o valor fixo mensal de cada plano. O grupo relatou na plenária, não ter conseguido resolver a questão *c*.

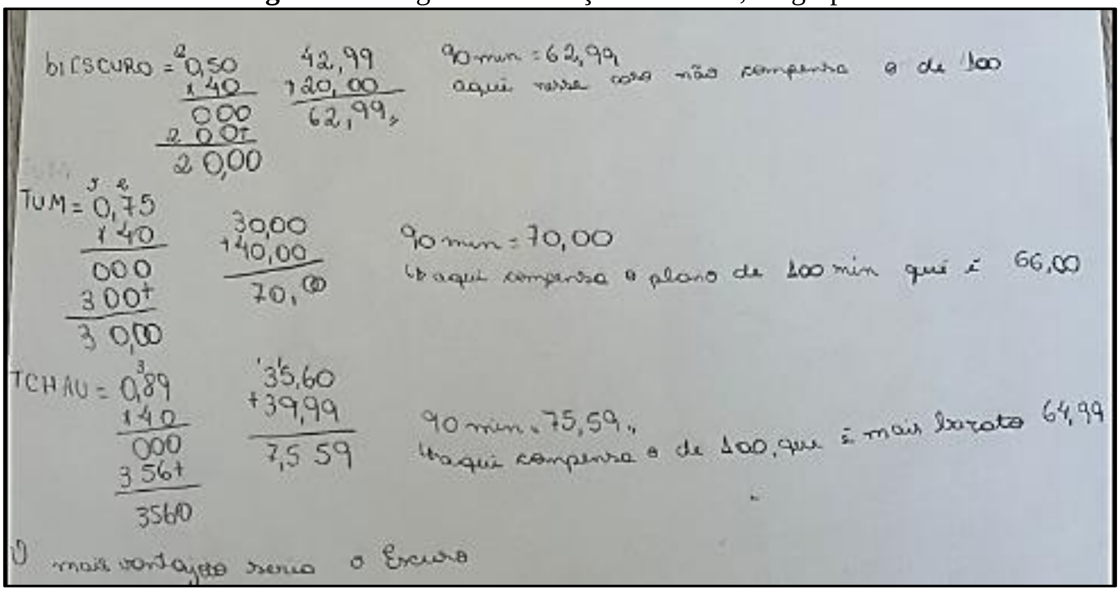
Figura 3 - Imagem da resolução do item c, do grupo 1



Fonte: relatório de aula.

O grupo 2 começou resolvendo a questão *b* e só considerou o plano de 50 minutos de cada operadora, calculando os 40 minutos extras, chegando à conclusão de que a operadora mais vantajosa seria a ESCURO com o plano de 50 minutos, conforme Figura 4.

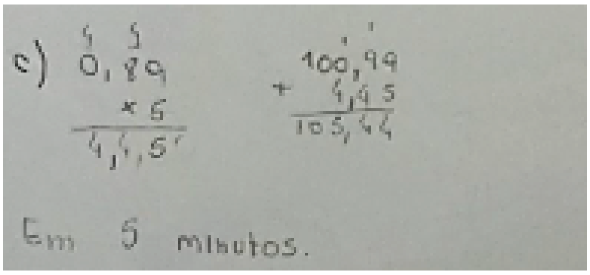
Figura 4 - Imagem da resolução do item b, do grupo 2



Fonte: relatório de aula.

No item *c*, eles tentaram fazer com que um valor se aproximasse do outro, de acordo com a Figura 5, quando o grupo 2 multiplicou o valor dos minutos extras do plano mais barato, até chegar no mesmo valor do outro plano. A resposta foi de que seria 5 minutos.

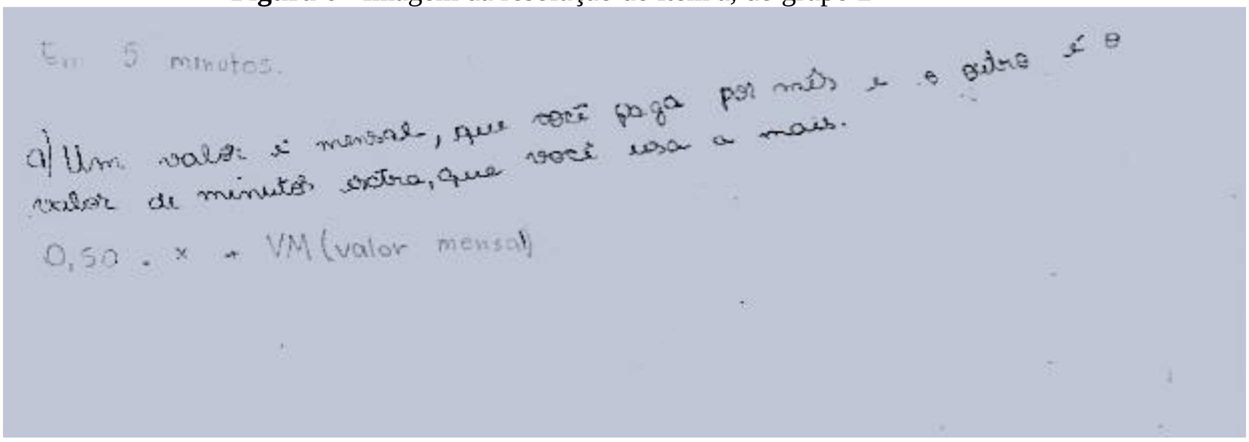
Figura 5 - Imagem da resolução do item c, do grupo 2



Fonte: relatório de aula.

No item *a* os alunos identificaram que um valor era pago mensalmente e o outro era o valor dos minutos extras, e então eles montaram uma lei de formação da função, apresentada na Figura 6.

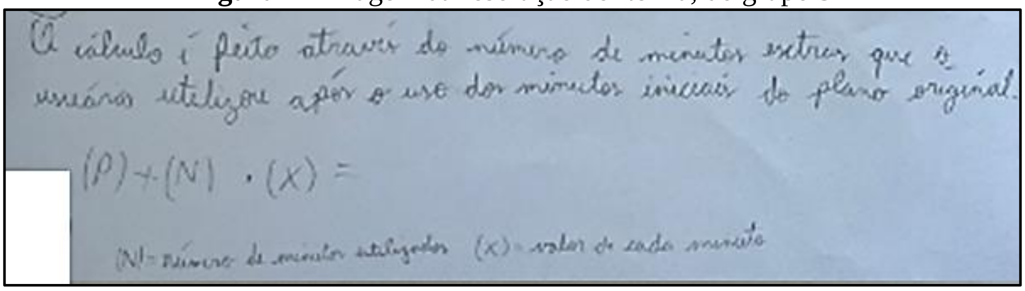
Figura 6 - Imagem da resolução do item a, do grupo 2



Fonte: relatório de aula.

O grupo 3, no item *a*, utilizou uma letra diferente para identificar a lei de formação que montaram, conforme Figura 7. Durante a plenária, disseram que com aquela "fórmula", assim chamada por eles, resolveriam as questões *b* e *c*. Notamos que eles também identificaram o que cada uma das letras significava, tendo o N como minutos extras, X como valor cobrado por minuto e o P o valor cobrado mensalmente.

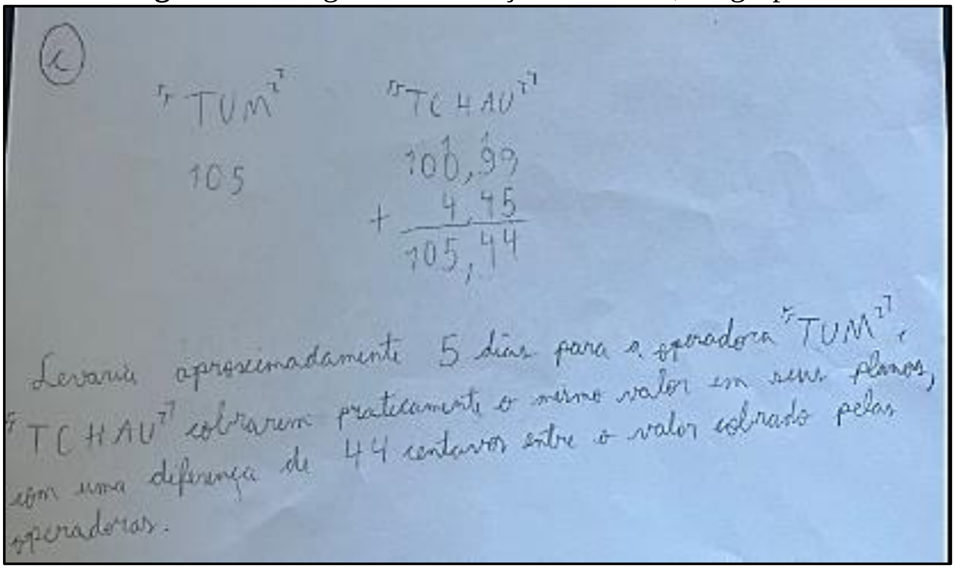
Figura 7 - Imagem da resolução do item a, do grupo 3



Fonte: relatório de aula.

A resolução desse grupo nos itens *b* e *c* (Figura 8) foi muito parecida com a de outros grupos chegando à conclusão de que o plano mais vantajoso era o de 100 minutos da operadora TCHAU, e que levaria cerca de 5 dias para a operadora TUM e TCHAU cobrarem o mesmo valor.

Figura 8 – imagem da resolução do item c, do grupo 3



Fonte: relatório de aula

Todos os grupos tiveram resultados muito parecidos, porém o grupo 2, por exemplo, como foi possível observar, não pensaram no plano de 100 minutos como opção para o estudante que utiliza 90 minutos por mês. Além disso, no item *a*, sobre como o cálculo foi feito, ficou nítido que apenas os grupos 2 e 3 compreenderam que o valor a ser cobrado por minutos extras, dependia de quantos minutos extras seriam.

Na plenária discutimos a respeito de todas as resoluções apresentadas, e cada grupo explicou como pensou para resolver o problema e, assim, a partir das respostas deles foi possível definir o conteúdo. Usamos o item *a* para chegar à lei de formação da função, explicamos sobre a variável dependente e a variável independente, então o valor a ser pago pelo plano dependia dos minutos utilizados no mês, assim foi possível usar a lei de formação apresentada pelo grupo 3 no item *a*, para construirmos o conceito de função afim, de forma que os alunos pudessem perceber, que se a quantidade de minutos usadas no mês aumentasse, o valor pago também aumentaria, ou seja, para cada valor de x temos um único elemento no conjunto y, assim como citado na definição de função afim.

Considerações finais

Um dos desafios de se ensinar Matemática através da Resolução de Problemas está na escolha do problema, o enunciado precisa envolver o aluno, precisa abarcar conteúdos que ele conheça previamente, mas que não consiga resolver de imediato. O problema precisa ser um desafio para o aluno, mas ele precisa ter condições de resolvê-lo. Na nossa proposta de ensinar função afim, e considerando o objetivo de identificar contribuições da resolução de problemas ao introduzir o conceito de função afim, em uma turma de 9° ano, de um colégio particular de Apucarana – Paraná, a compreensão do enunciado foi um aspecto que gerou dificuldades e quando aconteceu a plenária fez mais sentido para alguns alunos.

Outro desafio foi o interesse dos alunos, alguns grupos nem tentaram resolver, e só chegaram a um resultado copiando de outro grupo. Isso aconteceu porque eles não estão acostumados com essa forma de ensino no dia a dia deles, é sempre apostila, exercícios, simulados, e assim sucessivamente. No começo da implementação da MEAAMaRP eles questionaram muito a respeito do que era pra ser feito, qual conta usar e como usar, até entenderem que eles tinham que buscar formas e estratégias de resolução. Muitos alunos se mostraram interessados, e foi possível definir que o conteúdo que queríamos ensinar era função afim.

O que podemos considerar é que trabalhar com a Resolução de Problemas em sala de aula, desperta, sim, o interesse dos alunos, porque eles percebem que são capazes de fazer Matemática, só não estão acostumados com isso ainda. Cabe ao professor levar práticas exploratórias e desafiadoras para a sala de aula.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas.** In: *Boletim GEPEM* - Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática. Rio de Janeiro, v. 55, p. 133-154, 2009.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas**. In: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Org.). Resolução de Problemas: teoria e prática. 2 ed. E-book. Jundiaí: Paco, 2021, p. 40-62.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Pesquisa em Resolução de Problemas:** caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez., 2011.

BARRETO, E. S. **Funções.** São Paulo: Ática, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CHAMIE, Luciana Mancini Stella. BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Compreendendo e interpretando as dificuldades sentidas pelos alunos ao estarem com a Matemática**. Revista Zetetikê. Ano 2- nº2/1994.

DEZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. (Orgs). **O planejamento da pesquisa qualitativa:** teorias e abordagens. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006, 432 p.

FREIRE, P. **As muitas facetas da alfabetização.** Cadernos de Pesquisa, São Paulo, n. 52, p. 19-24, fev. 1985.

GOMES FERREIRA, H. S.; DEHON, A. **Função.** São Paulo: Ática, 1999, p. 1.

MELLO, Adalgisa Loureiro; COLOMBO, Janecler Aparecida Amorin. Ensino de função afim através da Resolução de Problemas: uma intervenção no Ensino Médio. **Revista ENSIN@ UFMS,** Três Lagoas/MS, v. 2, n. esp., p. 67-89, dez. 2021.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics.** Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000. 719 p.

POLYA, George. (1995). **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro.

SCHOROER, J.; LESTER, M. **A resolução de problemas: uma abordagem cognitiva.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1989.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Superação-Matemática 9º Ano**. 1. ed. São Paulo, 2022.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.