RACIOCÍNIO MATEMÁTICO NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: ANÁLISE DE UMA TAREFA DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

Anna Luiza Alino dos Santos
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
anna_luiza_alino@hotmail.com

Eliane Maria de Oliveira Araman
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
eliane.araman@gmail.com

Marcos Gabriel Buzatto Moreira
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
marcosgabrielbuzatto3005@gmail.com

Resumo
Esta pesquisa refere-se a um processo de formação inicial de professores, cujo objetivo é analisar as compreensões sobre os processos de raciocínio matemático evidenciados por licenciandos em matemática ao discutirem uma tarefa de aprendizagem profissional (TAP). Este estudo foi feito com 14 licenciandos de uma universidade pública do Paraná, nas disciplinas de Prática de Ensino A e Prática de Ensino B. Os dados foram coletados por meio da gravação em áudio dos licenciandos quando resolviam e discutiam a TAP, e por meio dos registros escritos gerados por eles. Os resultados apontam que, após essa primeira TAP do processo de formação de professores, houve entendimento, ainda que incompleto, sobre os processos de raciocínio matemático.

Palavras-chave: Raciocínio Matemático. Formação Inicial de Professores. Modelo PLOT.

Introdução

Desenvolver o raciocínio matemático em sala de aula, em todos os seus processos de desenvolvimento, é um dos maiores objetivos da Matemática escolar (Mata-Pereira; Ponte, 2018). Podemos ressaltar esta importância ao analisar a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), por exemplo, por ser um documento curricular que menciona o desenvolvimento do raciocínio matemático nas aulas de matemática, embora não o faça de maneira aprofundada. Mas, inicialmente, devemos pensar: o que é raciocínio matemático? Como formar professores que contribuam com o desenvolvimento do raciocínio matemático de seus alunos? Que tipos de tarefas apoiam o raciocínio matemático? Como conduzir uma aula que contribua para o raciocínio matemático dos alunos? Tais questionamentos são pertinentes e perpassam a formação de professores, seja ela inicial ou continuada, sendo essa a temática do trabalho.

Diante disso, foi desenvolvido, em duas turmas da disciplina de Prática de Ensino em uma universidade pública do Paraná, um processo formativo direcionado para a formação inicial de professores de matemática visando refletir sobre o raciocínio matemático e as formas de implementá-lo em sala de aula. O processo formativo em questão faz parte de uma investigação mais ampla, que segue os pressupostos da pesquisa qualitativa e interpretativa. Tendo como base alguns dados coletados nesse contexto formativo, escrevemos o presente artigo que tem como objetivo analisar as compreensões sobre os processos de raciocínio matemático evidenciados por licenciandos em matemática ao discutirem uma tarefa de aprendizagem profissional (TAP). Para este artigo, apresentamos a análise dos dados oriundos de três duplas de licenciandos ao resolverem a respectiva TAP.

Raciocínio Matemático

"O raciocínio matemático é uma das capacidades-chave a se desenvolver desde os primeiros anos de escolaridade" (Serrazina; Rodrigues; Araman, 2020, p. 20), e isto porque um dos grandes objetivos do ensino da Matemática é desenvolver a capacidade de racionar, como afirma Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020). É notório que diversos pesquisadores trazem a ideia do raciocínio matemático (RM) como algo importante nas aulas de matemática, e isso podemos confirmar quando Mata-Pereira e Ponte (2020) nos dizem que raciocinar matematicamente consiste em fazer inferências justificadas, ou seja, utilizar informação matemática já conhecida para obter, justificadamente, novas conclusões, ou então quando vemos que vários documentos curriculares ao redor do mundo, apesar de, por vezes, não descreverem o raciocínio matemático de forma clara, destacam seu desenvolvimento por parte dos estudantes como um importante objetivo (Jeannotte; Kieran, 2017).

Muitos autores, embora descrevam o raciocínio matemático de formas diferentes, compartilham uma essência semelhante, na qual devemos construir novos conhecimentos com base nos já existentes, cuja afirmação podemos observar nas definições de raciocínio matemático no quadro 1 a seguir:

Definição	Referência
"Processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos".	Jeannotte; Kieran (2017, p. 7)
Processo de inferência como o que utiliza informação matemática já conhecida para obter novo conhecimento ou novas conclusões.	Stylianides (2009)
Processo que utiliza "informação já conhecida para obter, justificadamente, novas conclusões".	Mata-Pereira; Ponte (2018, p. 782)
Processo conjunto de conjecturar, generalizar, investigar porquê, argumentar e refutar se necessário.	Lannin; Ellis; Elliot (2011)

Um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumidas como verdadeiras (conhecimento prévio).	Morais; Serrazina; Ponte (2018)

Quadro 1: Algumas definições para Raciocínio Matemático
Fonte: Araman e Serrazina, 2020, p.120

O raciocínio matemático deve ocorrer em todas as aulas de matemática, por meio de questionamentos, solicitação de porquês, interrogações durante as resoluções, trazendo o aluno como protagonista da aula. E para que isso aconteça de forma eficiente, alguns autores classificaram os processos de raciocínio matemático de diferentes formas. Para Lannin, Ellis e Eliot (2011, p.10), "raciocinar matematicamente é um processo dinâmico envolvendo conjeturar, generalizar, investigar porquê, e desenvolver e avaliar argumentos". Por sua vez, para Mata-Pereira e Ponte (2018, p.791) "c*onjeturar*, *generalizar* e *justificar* destacam-se como processos essenciais do raciocínio matemático".

Conjeturar, de acordo com Jeannotte e Kieran (2017, p.10), "infere uma narrativa sobre alguma regularidade com um valor epistêmico de provável". Este entendimento também é declarado por Mata-Pereira e Ponte (2018, p.784) quando afirmam que "conjecturar é declarar algo que se pretende que seja verdadeiro, mas ainda não é conhecido como tal". Já para Morais, Serrazina e Ponte (2018, p.560) "o processo de conjecturar baseia-se em produzir declarações, denominadas conjecturas, que requerem outras explorações para determinar se são verdadeiras."

Já generalizar, pode ser considerado como um tipo de conjectura, isto porque, "a generalização também consiste em declarar que uma propriedade que se sabe válida para determinado conjunto de objetos se sustenta para um conjunto mais amplo de objetos" (Mata-Pereira; Ponte, 2018, p.784) Segundo Jeannotte e Kieran (2017, p.9), generalizar é "um processo que infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos de um subconjunto desse conjunto", e assim, reconhecer um padrão, tendo relação direta com raciocínio indutivo e abdutivo.

Mata-Pereira e Ponte (2018, p. 783) ressaltam que "a justificação é central para que seja possível validar matematicamente tais afirmações". Assim, os estudantes devem ser capazes de justificar uma generalização, e após a justificação, chegar à validação, que, de acordo com Jeannotte e Kieran (2017), é um processo que tem como objetivo mudar o valor epistêmico de um enunciado matemático, sendo estes relacionados ao raciocínio dedutivo. Também podemos organizar os processos de raciocínio matemático conforme suas características, que são elas:

> (i) o buscar por semelhanças e diferenças, de tal forma a incluir a generalização, conjectura, identificação de padrões, comparação e classificação;

> (ii) a validação, ou seja, os processos de justificação e prova; e
> (iii) a exemplificação, que apoia os dois anteriores (Araman; Serrazina; Ponte, 2019, p. 468).

O processo de identificar padrões pode ser confundido com o de conjecturar, sendo que identificar padrões pode levar a uma conjectura, contudo, os dois processos não são iguais (Stylianides, 2009, apud Gonçalves; Araman; Serrazina, 2021). De acordo com Araman e Serrazina (2020) o processo de comparar procura, por meio dessas semelhanças e diferenças, construir uma narrativa sobre essas relações matemáticas, e a classificação é o processo de justificar as conjecturas de forma objetiva, com base em definições matemáticas.

No processo de validação, encontramos a prova, um passo além da justificativa. Isso porque, de acordo com Jeannotte e Kieran (2017), a prova tem um potencial maior de teorização pelo fato de lidar com narrativas aceitas pelo discurso matemático de especialistas. Já a exemplificação "gera dados a serem utilizados em outros processos, como generalização, formulação de conjectura e mesmo a validação." (Gonçalves; Araman; Serrazina, 2021, p.165). Todos esses processos estão relacionados uns com os outros, porém é importante analisar e compreender separadamente cada um deles para que seja possível desenvolvê-los em sala de aula.

Tarefas Exploratórias

Para Serrazina (2021, p. 2), atualmente os pesquisadores compreendem a aprendizagem matemática como "um processo ativo o qual cada estudante constrói o seu conhecimento a partir das experiências pessoais, da interação com os seus pares, com o professor e com outros adultos". Indo ao encontro dessa afirmação, Ponte (2010) esclarece que existem dois tipos de estilos de ensino, o ensino direto e o ensino exploratório. Esses dois tipos de ensino se diferem em relação "tipos de tarefas, papeis e padrões de comunicação" (Ponte, 2010, p. 24).

Na configuração tradicional do ensino (o ensino direto), a matemática é frequentemente ensinada por meio de explicações e exercícios repetitivos, o que pode levar ao desengajamento e falta de entusiasmo entre os alunos. Por outro lado, o ensino exploratório (Nunes; Serrazina, 2019) fornece um ambiente de aprendizagem mais interativo e envolvente. Os alunos são incentivados a experimentar, fazer perguntas e colaborar com seus colegas, promovendo um senso de curiosidade e descoberta.

A aula de matemática, no ensino exploratório, de acordo com Serrazina (2021), compreende quatro fases: "Introdução da tarefa, Resolução autônoma pelos estudantes, muitas vezes organizados em pequenos grupos ou a pares, Discussão coletiva das resoluções com toda a turma e Sistematização das aprendizagens realizadas” (Serrazina, 2021, p. 3). Entretanto, há autores que juntam as duas últimas, formando, assim, apenas três fases de uma aula.

Na fase de introdução da tarefa, é proposto normalmente pelo professor um problema ou uma tarefa de investigação para a turma. Nesta fase, além do professor separar os alunos em grupos ou duplas, ele deve garantir que os estudantes compreendam a tarefa e se sintam desafiados a resolvê-la. Na fase de Resolução Autônoma, o professor observa o desenvolvimento dos grupos/duplas e auxilia os estudantes com questionamentos, visando promover o raciocínio e desafiá-los. Na discussão coletiva, o professor promove um debate de ideias, sempre prezando pelo respeito, para que os alunos dos grupos justifiquem suas ideias e os motivos que levaram eles a chegarem naquela ideia, “com explicações claras das resoluções, justificações dos resultados e formas de apresentação utilizadas e discutindo diferença e eficácia matemática das resoluções” (Serrazina, 2021, p.4). Na sistematização das aprendizagens, o professor deve identificar com os alunos os conhecimentos matemáticos envolvidos na questão e explorar sua definição e representações múltiplas com os procedimentos para se chegar no esperado (Serrazina, 2021).

No ensino exploratório, o professor deve recorrer a uma variedade de tarefas matemáticas, como exploração, problemas, investigações, projetos, entre outros. No caso dessa pesquisa, a opção foi pelo uso de tarefas exploratórias. “Uma tarefa pode surgir de diversas maneiras: pode ser formulada pelo professor e proposta ao aluno, ser da iniciativa do próprio aluno e resultar até de uma negociação entre o professor e o aluno. Além disso, a tarefa pode ser enunciada explicitamente logo no início do trabalho ou ir sendo constituída de modo implícito à medida que este vai decorrendo” (Ponte, 2005, p. 1).

Segundo Ponte (2005), o professor realiza uma gestão escolar que resulta em uma (re)construção do currículo, levando em consideração os seus alunos e as suas condições de trabalho. Ainda, para Serrazina (2021), tarefas exploratórias no ensino da matemática promovem o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas do mundo real. Ao aplicar conceitos matemáticos a situações práticas, os alunos aprendem a pensar de forma crítica e criativa, preparando-os para os desafios que enfrentarão em suas vidas pessoais e profissionais.

Formação de Professores

A aprendizagem deve ser um processo contínuo na formação do professor. O raciocínio matemático, por mais que citado em documentos, como a BNCC por exemplo, não apresenta uma definição objetiva sobre o que é, sendo vagos e não propiciando um entendimento objetivo e claro em relação à sua definição (Anjos, 2023, p. 35). Portanto, para que haja mudança nesse cenário, Vieira, Rodrigues e Serrazina (2020, p. 15) afirmam que

> Para que os professores promovam o desenvolvimento do raciocínio nos seus alunos, é necessário que, durante a sua formação, sejam confrontados com situações concretas que envolvam explicitamente o raciocínio matemático, experimentem diferentes estratégias e analisem diferentes situações, preferencialmente trabalhos realizados por alunos.

Segundo Ribeiro e Ponte (2020, p. 14), o uso de tarefas destinadas à formação de professores pode auxiliar na abordagem do conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico de forma articulada. Nesse artigo, o âmbito da pesquisa é os professores em formação inicial. Sendo assim, é importante oportunizar para esses estudantes de graduação momentos que envolvam a experiência em sala de aula.

Uma reflexão em cima de resoluções de tarefas exploratórias feitas por alunos, em sala de aula, permite o reconhecimento do RM desenvolvido, e dessa forma, essas resoluções podem ser utilizadas como objeto de estudo em um processo formativo, proporcionando contribuições para um avanço profissional, com o objetivo de professores em formação aperfeiçoarem o seu conhecimento a partir de experiências vivenciadas no próprio contexto escolar (Anjos, 2023, p.36).

Quando nos referimos ao RM, é notório a dificuldade dos professores em reconhecer e compreender o que de fato é o raciocínio matemático (Jeannotte; Kieran, 2017, p. 2). Logo, para que um processo formativo seja profícuo, permitindo o desenvolvimento profissional, sanando essas dificuldades, e a fim de promover contribuições para o desenvolvimento profissional de um professor em formação, é necessário desenvolver a teoria e os conceitos sobre o RM e seus processos, e proporcionar momentos vinculados a prática. Sendo assim,

> Considera-se que um processo formativo, tendo como objeto de estudo o raciocínio matemático desenvolvido por alunos, pode propiciar reflexões que contribuam com o conhecimento do professor sobre o modo que os alunos raciocinam e, consequentemente, sobre as ações que fortalecem as práticas de ensino da Matemática, com o objetivo de estimular o desenvolvimento do RM (Anjos, 2023, p. 39)

Portanto, a fim de contribuir com o desenvolvimento profissional, Ribeiro e Ponte (2020) apresentam o Modelo PLOT (Professional Learning Opportunities for Teachers) para auxiliar na organização, estruturação e no desenvolvimento de processos de formação continuada de professores. Esse modelo

> Constitui um modelo teórico-metodológico para (i) organizar o design de processos formativos que objetivem promover aprendizagem aos professores e (ii) gerar oportunidades para os professores aprenderem durante processos formativos a partir de três domínios: (a) Papel e Ações do Formador (PAF), (b) Tarefas de

> Aprendizagem Profissional (TAP), e (c) Interações Discursivas entre os participantes (IDP) (Ribeiro; Ponte, 2020, p. 2).

O Modelo PLOT tem como objetivo propor Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP) por meio de um processo formativo que inter-relacione os três domínios apresentados anteriormente, assim como é mostrado no esquema abaixo.

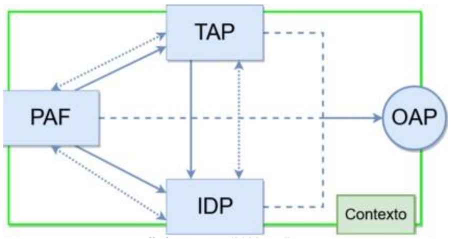

Figura 1 – Modelo PLOT (Professional Learning Opportunities for Teachers)
Fonte: Ribeiro e Ponte (2020, p. 4)

A curso de formação continuada realizado em nossa pesquisa se desenvolve, até o momento, com a utilização de TAP que segundo Barboza, Pazuch e Ribeiro (2021, p. 7) "são compostas de situações a serem exploradas possibilitando a formulação de conjecturas matemáticas, sua validação, reformulação e a mobilização de conhecimentos necessários à prática letiva." No caso dessa pesquisa, queremos que os professores em formação se mobilizem em relação aos processos de RM, fundamentos em Jeanotte e Kieran (2017), que os alunos desenvolvem durante a resolução de tarefas exploratórias.

Desse modo, Trevisan, Ribeiro e Ponte (2020, p. 3) apontam que trabalhar com as TAP é similar a "uma aula de matemática na perspectiva do ensino baseado na investigação, em que os alunos trabalham com tarefas e se desenvolvem em três momentos: lançamento da tarefa, trabalho autônomo dos alunos e discussões com toda a turma)". Ou seja, trabalhar com TAP consiste em realizar a investigação sobre o que a tarefa propõe, e com base nessa investigação, promover discussões em grupo e reflexões acerca do que foi estudado, desenvolvendo assim um processo formativo. Logo, é possível concluir que as TAP são "instrumentos ou materiais planejados pelo formador, de maneira a possibilitar discussões e reflexões sobre os conhecimentos matemáticos e didáticos do professor" (Barboza; Pazuch; Ribeiro, 2021, p. 7), e assim podendo oportunizar um momento em que os professores reflitam sobre questões pedagógicas e curriculares, contribuindo para o desenvolvimento profissional.

Para avaliar o entendimento dos professores em formação em relação aos processos de RM na formação continuada, Rodrigues, Brunheira e Serrazina (2021) elaboraram estudos que analisaram os entendimentos dos cursistas com relação aos processos, e relacionou com níveis de entendimentos e compreensões (Quadro 1).

Categoria	Subcategorias
Conhecimento do processo de raciocínio.	5. O conhecimento do processo enquadra-se na definição apresentada, e inclui a sua relação com os outros processos de raciocínio. 4. O conhecimento do processo se encaixa na definição apresentada e é explicitamente delineado ao enunciar as propriedades do processo. 3. O conhecimento do processo se encaixa na definição apresentada e é explicitamente delineado por meio de exemplo(s) ilustrativo(s). 2. Reconhecer um processo de raciocínio, embora considerando apenas os processos "corretos". 1. O conhecimento do processo assume o significado do termo na linguagem cotidiana. 0. O processo é confundido com outros processos.

Quadro 3 – Subcategorias para cada um dos processos de raciocínio
Fonte: Rodrigues, Brunheira, Serrazina (2021, p.6)

Metodologia

O estudo proposto é qualitativo, de caráter interpretativo. A partir da ideia de Godoy (1995), a pesquisa qualitativa permite que a imaginação e a criatividade levem os pesquisadores a propor novos trabalhos que explorem enfoques diferenciados, de caráter inovador. Além disso, documentos qualitativos normalmente são considerados fonte de dados para outros estudos qualitativos.

Reis (2006, p.104) pontua que uma pesquisa também tem caráter interpretativo quando está “aberto a novas interpretações”, sugerindo “entrevistas, observações, notas de campo, documentos produzidos pelos participantes da pesquisa e gravações de suas interações” como meio de se alcançar os propósitos qualitativos desejados. Tal característica remete a um processo de coleta de dados com base na observação das perspectivas dos participantes da pesquisa.

O contexto desta pesquisa é um processo de formação inicial de professores, que aborda o raciocínio matemático e as formas de desenvolvê-lo em sala de aula. A coleta das informações se deu durante oito encontros, que ocorriam semanalmente e tinham durações de 1 hora e meia cada um. Os participantes foram 14 licenciandos de duas turmas, uma de Prática de Ensino A e a outra de Prática de Ensino B de uma universidade pública do Paraná. O processo formativo, em desenvolvimento, conta com três Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), sendo que, os dados analisados neste artigo são oriundos da primeira TAP (TAP 1).

Uma das tarefas que compõe o processo formativo é uma tarefa exploratória com temática em futebol (Figura 2), elaborada por um dos autores. Essa tarefa foi aplicada, seguindo os pressupostos do ensino exploratório, para as duas turmas, no primeiro encontro do processo formativo. Durante a resolução da tarefa, foram coletados áudios, vídeos e os registros escritos gerados pelos licenciandos durante a resolução. Tais dados foram tratados pelos pesquisadores e geraram uma das Tarefas de Aprendizagem Profissional – a TAP 1 (Figura 3).

APLICAÇÃO DE TAREFA – 03/04

1) Sabendo que no futebol:

- Uma vitória vale 3 pontos
- Um empate vale 1 ponto
- Uma derrota vale 0 ponto

Quantas vitórias, empates e derrotas um time precisa ter para fazer 38 pontos em 20 rodadas?

2) Sabendo que o Campeonato Brasileiro tem 38 partidas, que todos os times já disputaram 27 partidas e usando os dados da atividade anterior, quais times ainda tem chances de ser campeão brasileiro?

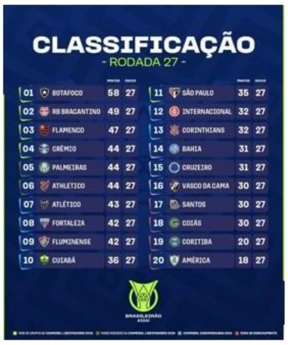

Figura 2 – Tarefa exploratória que gerou a TAP

Fonte: Os autores

No segundo encontro do processo formativo, a TAP 1 foi entregue para os licenciandos, organizados em duplas ou trios, resolverem. Antes da aplicação dessa primeira TAP, foi apresentado aos alunos o conceito de raciocínio matemático, assim como seus processos. O objetivo da TAP 1 era que os licenciandos identificassem os processos de raciocínio matemático mobilizados por eles (ou seus colegas) durante a resolução da tarefa exploratória (Figura 2), a partir do embasamento teórico e seguindo os processos de RM definidos por Jeannotte e Kieran (2017). Para coletar esses dados, realizamos gravações em áudios e coletamos os registros escritos produzidos pelos licenciandos durante a realização da TAP 1. Posteriormente, os áudios foram transcritos e analisados, e para este artigo, apresentamos, como resultados, os dados de três duplas (dupla 1, 2 e 3).

(I) ANÁLISE DOS REGISTROS DE AÚDIO DOS ESTUDANTES

A TAP a seguir apresenta a transcrição de áudios de uma dupla na realização da tarefa aplicada. Analise a transcrição e responda:

ATIVIDADE 1 – Transcrição do áudio

[F1] Aluno 5: Quantas vitórias o time precisa ter?
[F2] Aluno 6: Em 20 rodadas...
[F3] Aluno 5: Ó, divide 38 por 3... Vai dar número com vírgula né?
[F4] Aluno 6: Sim, mas dai você ignora, porque o resto vai ser os empates
[F5] Aluno 5: Ah, então são 12 vitórias. Mas daí vai ser um empate? Uma derrota?
[F6] Aluno 6: É que tem que dar um total de 20 rodadas, então...
[F7] Aluno 5: Então. Se ganhou 12 vitórias, e vale 3 pontos, dá 12 vezes 3 dá 36. Dai precisa de 2 empates
[F8] Aluno 6: É verdade, dai vai 2 empates para dar 38 pontos e o resto é derrota.
[F9] Aluno 5: 6 derrotas.
[F10] Professor chega depois..
[F11] Professor: Na tarefa 1, vocês acham que é apenas essa possibilidade de vitórias, empates e derrotas?
[F12] Aluno 5: Não, tem bastante. Tem bastante, não tem?
[F13] Aluno 6: Vamos dizer assim que esse que a gente encontrou é o máximo. Porque 13 vitórias já daria 39 pontos. Não tem como, passa do que o exercício quer.
[F14] Professor: E aí, o que vocês acham? Vocês conseguem desenvolver mais?
[F15] Aluno 5: Dá pra fazer um monte.

[F16] Aluno 6: É, mais possibilidades. Mas não vão ser muitas, eu acho. Porque vai ter vezes que não vai ser suficiente para chegar em 38 pontos.
[F17] Professor sai...
[F18] Aluno 6: Ah, é só você tirar uma vitória. Tirar uma vitória e colocar o resto em empate.
[F19] Aluno 5: É, tira uma vitória, coloca dois em empate e pronto.
[F20] Aluno 6: Então, 11 vitórias.
[F21] Aluno 5: Hum, calma aí. A gente já pode começar aqui. 33. Não, não, dá mesmo.
[F22] Aluno 6: Tem que ser quantos pontos?
[F23] Aluno 5: 38.
[F24] Aluno 6: Tá, então com 11 vitórias temos 33 pontos. Vai ter 5 em empate.
[F25] Aluno 5: Dai vai ter que ser 4 derrotas, para dar 20 partidas. 11 + 5 + 4 = 20 partidas. Tá de acordo?
[F26] Aluno 6: Agora vamos pra 10 vitórias certo. Eu fiz 10 vezes 3. 30 para 38, 8 empates. Para dar 20 rodadas, duas derrotas. Certo?
[F27] Aluno 5: 33, 38, acabou.
[F28] Aluno 6: Ah, olha que legal, você aumenta os empates em 3 pontos e diminui uma vitória. Tem uma relação aqui.
[F29] Aluno 5: Vamos tentar diminuir mais um então
[F30] Aluno 6: 9 vitórias, 27. 11 empates então
[F31] Aluno 5: Ixi, já deu 20 partidas aqui, então não vai ter nenhuma derrota.
[F32] Aluno 6: Então esse é o mínimo.
[F33] Aluno 5: Porque?
[F34] Aluno 6: Porque com 8 vitórias, 3 vezes 8 vão dar 24 pontos. Para 38, vão faltar 14 empates. 14 + 8 = 22 rodadas, não pode.
[F35] Aluno 5: Então o máximo são 12 vitórias e o mínimo são 9. Pronto.
[F36] Professor: O que vocês concluem com a derrota também? Pensaram porque eu não posso mais diminuir depois de 9 vitórias em relação a derrota?
[F37] Aluno 5: Se diminui uma vitória, diminui duas derrotas.
[F38] Aluno 6: Ah, é mesmo. O último já deu zero derrotas, não tem como dar –2 derrotas.
[F39] Professor: Perfeito, é isso mesmo! Parabéns!

a) Quais processos de RM você identifica nessa transcrição? Use os códigos dos áudios para melhor identificá-los. Comente sua escolha.

Figura 3 – TAP 1
Fonte: Os autores

Resultados e discussão

Na análise dos dados, buscou-se identificar os processos de RM que os licenciandos reconheceram por meio da resolução dos alunos e os que foram evidenciados na discussão. Para os processos de RM estamos tomando como referência de análise as definições apresentadas por Jeannotte e Kieran (2017) e para o nível de entendimento evidenciado pelos licenciandos ao analisar a TAP 1, estamos considerando o quadro (quadro 3) de análise de Rodrigues, Brunheira, Serrazina (2021, p.6). Para este presente artigo, vamos discorrer sobre a transcrição de três duplas, denominados 1, 2 e 3. A primeira dupla é composta pelos alunos 1 e 2, a segunda dupla pelos alunos 3 e 4 e a terceira dupla, pelos alunos 5 e 6.

Em relação ao processo de conjectura, temos que, na dupla 1 eles discorrem sobre esse processo da seguinte forma:

Aluno 1: Conjectura tem que estar no começo, tem que ser essa parte aqui olha: “Quantas vitórias o time precisa ter? Em 20 rodadas...”

Já na outra dupla, encontramos o seguinte diálogo:

Aluno 3: Até porque conjectura é quando a pessoa fez uma afirmação, afirmação válida.
Aluno 4: Você pode ver na conversa, do F1 ao F7 pode falar que é conjectura. Porque é o princípio do diálogo que eles conseguem fazer uma conexão com a matemática e desenvolver.

Aluno 3: Aqui ó, uma conjectura, no F13, porque ele fala do máximo de vitórias, se fizer 13x3. É uma afirmação que ele assumiu como verdadeira.
Aluno 4: Exatamente.

E por fim, na dupla 3,

Aluno 5: Ah, entendi. Então eu acho que nessa conjectura, vai ter uma justificação embaixo. Porque a conjectura envolve raciocinar sobre relações matemáticas, para assumir como verdadeiras.
Aluno 6: Esses dois aqui (se referindo ao F25 e F26) são uma conjectura. Porque eles partiram de uma relação matemática ali, de multiplicação e soma para estruturar a ideia.
Aluno 5: Deve ter mais conjecturas né? F5 ao F9 também é uma conjectura, por causa da mesma ideia. Eles já partem de conhecimentos que eles já sabem, os conhecimentos prévios que a professora comentou.

Pode-se notar que, na primeira dupla, os alunos identificaram apenas uma fala que consiste no processo de conjectura, e afirmam que conjectura deve estar no começo na atividade. Nota-se que eles entenderam que conjectura é o "processo de partida" para iniciar uma atividade. Já a dupla 2 compreende que a conjectura é quando os alunos conseguem fazer uma conexão com algum conteúdo matemático e assim desenvolver a tarefa, e, uma afirmação que o aluno assume como verdadeira para realizar a resolução da tarefa. Por fim, a dupla 3 intensifica seu entendimento quando identificam a relação matemática disposta pelos alunos, através dos cálculos de multiplicação e adição. Também relembrando sobre o conceito de conhecimentos prévios, importante para que o processo de conjectura seja realizado. As últimas duas duplas conseguem atribuir significado aos processos similares com a definição de Lannin, Ellis e Elliot (2011), quando falam que envolvem raciocinar sobre relações matemáticas visando o desenvolvimento de declarações que são assumidas provisionamento como verdadeiras.

Para este momento, atribui-se o nível de entendimento 1 para a dupla 1, pois há o entendimento inicial do processo, porém assumem uma linguagem cotidiana. Já para a dupla 2 e 3, atribui-se o nível de entendimento 3

Outro processo identificado pelas duplas foi o processo de justificação.

Aluno 1: Já aqui (se referindo a transcrição do código F31) é uma justificação do porquê não dá mais nenhuma derrota.
Aluno 2: Isso, porque chega em uma resposta de que esse é o mínimo. A justificativa tem que ter um porque né.

Posteriormente, a dupla 1 também fala

Aluno 2: Tem uma parte que ele tá falando que encontrou o máximo... (se referindo a transcrição do código F13).
Aluno 1: Então isso é uma justificativa? Porque ele tem que compreender o raciocínio para chegar nessa ideia. Ele não tá generalizando, ele não tá conjecturando, ele tá justificando ai, certeza.
Aluno 2: Aqui ele também está justificando (se referindo a transcrição do código F16).

Nessa transcrição, podemos entender que os alunos entendem a justificativa como um processo de explicar o porquê de a resolução chegar a um “caminho”, ou então concluir uma ideia. É interessante observar que todas as falas que eles identificaram como justificativa são expostas com as conjunções “porque” e “então”. Nesse caso, atribui-se o nível de entendimento 2, isto porque eles consideram as justificações apenas os processos “corretos”, as justificações que os alunos deram que foram validadas no final. De acordo com Lannin, Ellis e Elliot (2011, p.12), “uma justificação matemática é um argumento lógico baseado em ideias já compreendidas”, e isso inclui também a identificação e revisão de erros apresentados. Eles entenderam o que é uma justificação, mas identificaram apenas aquelas que são consideradas corretas na solução.

Já a dupla 3 entende como justificação as seguintes falas:

Aluno 5: Então calma. A justificação é um argumento baseado em ideias já compreendidas, tá falando assim aqui no papel. E que envolve avaliar argumentos.
Aluno 6: Ah, entendi. Então eu acho que nessa conjectura, vai ter uma justificação embaixo. Porque a conjectura envolve raciocinar sobre relações matemáticas, para assumir como verdadeiras.
Aluno 5: Então eu acho que a partir do F29 seja uma justificativa, mas daí no F34 e F35 seja uma prova do que eles estão justificando.

E posteriormente,

Aluno 5: Na F13 é uma justificação, não é? Ele tá falando o porquê que aquilo é o máximo.
Aluno 6: Verdade, ele fala que é o máximo e depois justifica.

A dupla 3 já evidencia melhor o motivo pelo qual escolheram o processo de justificação em cada caso. Segundo Jeannotte e Kieran (2017), a justificação é um processo do RM que, pela busca de dados, apoio e garantias, permite modificar o valor epistêmico de uma narrativa. Nota-se que eles entendem que a justificação também é a explicação do porquê de uma conjectura, uma validação da afirmação dita provisoriamente como verdadeira. Para este momento, atribui-se o nível de entendimento 3.

A dupla 2 não conseguiu identificar nenhum processo de justificação na atividade, porém, encontrou o processo de identificação de padrão, assim como as outras duplas, e todas na mesma parte da transcrição.

*Aluno 3***:** Aquela parte que fala de diminuir vitória, diminuir derrota, questão de pontos, empates...... (se referindo a transcrição do código F37).
Aluno 4: Ah não, mas calma, isso é identificação de padrão. Identificação de padrão é aquele que você falou lá, se diminuir uma vitória, diminui duas derrotas, isso é algo que acontece em todos os casos.
Aluno 2: E isso aqui, não é uma identificação de padrão? Porque daí ele começa falando se diminui vitória, diminui derrota... isso aqui acho que é identificação de padrão.

Aluno 5: E nesse F37, tem um padrão. "Diminui uma vitória, diminui duas derrotas." Porque né, identificou um padrão, uma coisa que tá acontecendo em todos os casos.

Todos se referem ao código F37 como um processo de identificação de padrões, isso porque notam que encontraram uma relação entre o número de vitórias, derrotas e empates que acontecem em todos os casos: se diminuir uma vitória, também diminuirá as derrotas, em dois pontos. Essa relação também é evidente anteriormente, no código F28, quando fazem uma relação das vitórias e derrotas com os empates: "você aumenta os empates em três pontos, e diminui uma vitória". Nessa etapa então, pode-se entender que os professores em formação não conseguiram identificar essa fala como também um processo de identificação de padrões. Porém, alguns processos de RM são usados como apoio para outros, e sendo assim, se encaixam no nível 1 de entendimento.

Considerações finais

Esta pesquisa tem como objetivo analisar as compreensões sobre os processos de raciocínio matemático evidenciados por licenciandos em matemática ao discutirem uma tarefa de aprendizagem profissional. O processo formativo, em desenvolvimento, conta com três Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), sendo que, os dados analisados neste artigo são oriundos da primeira TAP (TAP 1).

Podemos notar que, ainda não foi possível categorizar os futuros professores com um nível 5 de entendimento, visto que eles alcançaram o entendimento, mas de forma incompleta, sobre os processos de RM, sendo necessários mais encontros formativos para que os processos de RM sejam de fato aprendidos. Porém, é importante enfatizar que os alunos compreenderam a importância de uma tarefa exploratória para gerar os processos de RM, tais como conjectura, justificação, identificação de padrões, entre outros, e o quão importante é trabalhar com tarefas de caráter aberto em sala de aula.

Podemos destacar também que, anterior ao processo de formação, os professores em formação não tinham contato com tarefas exploratórias, processos de raciocínio matemático e TAP, portanto, é notório que, uma TAP bem estruturada com boas resoluções apresentou resultados suficientes para o desenvolvimento do entendimento dos processos de RM, visto que para uma primeira TAP, os professores em formação já alcançaram nível de entendimento 3. Entretanto, os resultados se mostram promissores, pois podemos perceber que em todos os momentos os licenciandos resgataram (ainda que de forma incompleta) as definições dos processos de RM, buscando refletir sobre as resoluções apresentadas pelos alunos na resolução da tarefa. A TAP possibilitou uma discussão profícua entre os licenciandos, em que eles puderam analisar e refletir sobre as formas de pensar matematicamente sobre tarefas e como isso enriquece a aprendizagem matemática.

Conclui-se, diante dos dados resultantes desta pesquisa que os professores em formação apresentaram entendimento, mesmo que incompleto, sobre os processos de raciocínio matemático, mediante as tarefas exploratórias e TAP apresentadas. Para as próximas etapas da pesquisa, pretendemos que os licenciandos atinjam níveis de entendimento mais elevados, a partir do desenvolvimento das outras TAP que fazem parte do processo formativo.

Agradecimentos: Os autores agradecem ao CNPq e a UTFPR pelo apoio recebido na realização dessa pesquisa.

Referências

ANJOS, L. Q. **Contribuições de um processo formativo para professores dos Anos Iniciais visando a compreensão dos Entendimentos Essenciais de Raciocínio Matemático.** 2023. 129 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

ARAMAN, E. M. O.; GOMES, L. F. Desenvolvimento profissional e histórias da matemática: um exemplo a partir das geometrias não euclidianas**. Educação Matemática Pesquisa,** São Paulo/SP, v. 22, n. 2, p. 452-482, 2020.

ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L. Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. **Revista Paranaense de Educação Matemática.** Campo Mourão, v.9, n.18, p. 118-136, jan-jun 2020.

BARBOZA, L. C. S.; PAZUCH, V.; RIBEIRO, A. J. Tarefas para aprendizagem de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. **Zetetiké,** Campinas/SP, v. 29, p. 1-25, 2021.

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas.** São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, mai-jun. 1995.

GONÇALVES, L. F.; ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L. Processos do Raciocínio Matemático Mobilizados por Estudantes do 6º Ano do Ensino Fundamental ao Resolverem uma Tarefa de Geometria. **Bolema.** Rio Claro, v.35, n.69, p.158-178, abr. 2021.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C,. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educional Studies Mathematics.** v. 96, p.1-16, 2017.

LANNIN, J.; ELLIS, A. B.; ELLIOT, R. **Developing essential understanding of mathematical reasoning: Pre-K Grade 8.** 2011.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promover o Raciocínio Matemático dos Alunos: uma investigação baseada em design. **Bolema.** Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 781-801, dez. 2018.

MORAIS, C.; SERRAZINA, L.; PONTE, J. P. Mathematical reasoning fostered by (fostering) transformations of rational number representations. **Acta Scientiae.** v.20, n. 4, p. 552-570. 2018.

PONTE, J.P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. **Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula?** Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. p. 7-11**,** 2020.

PONTE, J. P. Explorar e Investigar em Matemática: Uma Actividade Fundamental no Ensino e na Aprendizagem. **UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática.** n.21, p. 13-30, mar 2010.

PONTE, J. P. **Gestão Curricular em Matemática**. Lisboa, p. 1-27, 2005.

REIS, S. Reflexões sobre uma jornada com destino à pesquisa. **Revista Brasileira de Linguística Aplicada**, Belo Horizonte, v.6, n.1, p.101-118, 2006.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. M. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetiké,** Campinas/SP, v.28, p. 1-20, 2020.

RODRIGUES, M.; BRUNHEIRA, L.; SERRAZINA, L. A framework for prospective primary teacher's knowlegde of mathematical reasoning processes. **Internacional Journal of Educational Research,** 107, 101750-101761, 2021. ISSN: 0883-0355.

SERRAZINA, M. L.; RODRIGUES, M.; ARAMAN, E. M. O. Envolver os alunos em processos de raciocínio matemático: as ações do professor. **Psicologia em Pesquisa.** Juiz de Fora, v.14, n.1, p. 18-36, jan-abr 2020.

SERRAZINA, M. L. Aprender matemática com compreensão: raciocínio matemático e ensino exploratório. Em teia: **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 3, p. 1-19, 2021.

TREVISAN, A. L.; RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional Learning Opportunities Regarding the Concepto f Funtion in a Pratice-based Teacher Education Program. **IEJME – INTERNATIONAL ELETRONIC JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION,** v.15, n. 2, p. 1-14, 2020.

VIEIRA, W.; RODRIGUES, M.; SERRAZINA, L. O conhecimento de futuros professores sobre os processos de raciocínio matemático antes e depois de uma experiência de formação. **Quadrante,** v. 29, n. 1, p. 8-35, 2020.