



Encontro Paranaense de Educação Matemática
Curitiba, 26 a 28 de setembro de 2024.

MATEMÁTICA AO AR LIVRE: POR ENTRE CÁLCULOS, TRILHAS E TECNOLOGIAS

Edinéia Zarpelon
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Campus Pato Branco
ezarpelon@utfpr.edu.br

Janecler Aparecida Amorin Colombo
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Campus Pato Branco
janecler@utfpr.edu.br

Élida Maiara Velozo de Castro
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Campus Pato Branco
elidacastro@utfpr.edu.br

Resumo

A presente proposta de minicurso insere-se no contexto de práticas pedagógicas inovadoras de aprendizagem da matemática por meio da utilização de tecnologias na medida em que tem como objetivo apresentar o sistema MathCityMap (MCM) para o desenvolvimento de trilhas matemáticas ao ar livre. Quanto aos procedimentos metodológicos, estão previstas as seguintes etapas para o desenvolvimento do minicurso: (a) apresentação do contexto histórico e dos referenciais teóricos que sustentam a proposta de trabalhar a matemática por meio de trilhas ao ar livre; (b) apresentação do sistema MCM, especialmente no que diz respeito aos tipos de tarefas que ele comporta; (c) formulação de algumas tarefas matemáticas a partir de objetos reais disponíveis no ambiente e do trabalho coletivo a ser realizado em pequenos grupos e; (d) construção de uma trilha matemática com as tarefas elaboradas de forma colaborativa pelos participantes do minicurso. Quanto aos materiais necessários, é imprescindível que os participantes tenham computadores portáteis e celulares ou tablets. Eles também poderão utilizar outros materiais para elaboração e resolução das tarefas tais como: régua, fita métrica, calculadora, transferidor, papel, lápis, borracha.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Trilhas ao ar livre. MathCityMap.

Introdução

Uma trilha matemática é uma caminhada para explorar e descobrir a matemática “escondida” em diferentes objetos do mundo real. Ela pode ser criada em diferentes locais como, por exemplo, em ruas, parques, prédios públicos e praças.

Essa caminhada pode ser realizada por qualquer pessoa, de forma individual ou coletiva. Nos casos em que a trilha é realizada em grupos, os caminhantes cooperam ao longo do percurso enquanto conversam sobre os problemas estabelecidos, discutem como abordar e resolver matematicamente determinado problema, comparam seus pensamentos e suas estratégias de resolução; essa discussão

ajuda a trazer a matemática com maior evidência à vida e a construir, nos participantes, maior confiança em suas habilidades (Shoaf *et al.*, 2004).

Além disso, uma trilha matemática pode ser utilizada para fins educacionais ou não. No primeiro caso, a literatura existente (Zender; Ludwig, 2016; Cahyono; Ludwig, 2019; Cahyono; Miftahudin, 2018; Zarpelon *et al.*, 2022) tem indicado que o ensino de matemática ao ar livre proporciona não apenas diversão aos estudantes, mas também contribui para melhorar a confiança deles em relação às suas habilidades matemáticas, no aumento da motivação para aprender, no desenvolvimento da autonomia estudantil, além da associação direta com emoções positivas. Quando realizada em grupos, contribui para o desenvolvimento da cooperação e da aprendizagem ativa.

É com base nesses aspectos e, adicionalmente, considerando os avanços no desenvolvimento de tecnologias digitais para o ensino de matemática que esta proposta de minicurso está inserida. Assim, o objetivo estabelecido é apresentar o sistema MathCityMap (MCM) para o desenvolvimento de trilhas matemáticas ao ar livre, como uma prática pedagógica inovadora no Brasil.

Contextualização histórica envolvendo as trilhas matemáticas ao ar livre

Historicamente as trilhas matemáticas surgiram na Austrália, com o educador matemático Dudley Blane da Universidade Monash, por volta de 1985. Naquela época foi elaborada uma trilha nas redondezas do centro de Melbourne como uma atividade de férias para as famílias descobrirem a matemática ao seu redor (Blane; Clarke, 1984). Alguns exemplos de problemas propostos, conforme mencionado por Shoaf *et al.* (2004), envolviam:

- 1) investigar padrões circulares de tijolos na calçada, para descobrir a invariância de π ;
- 2) observar o reflexo de uma catedral em um lago, para estimar a altura dessa catedral;
- 3) estimar a velocidade da água correndo por um vertedouro;
- 4) contar o número de janelas na parede de um edifício alto;
- 5) estudar os horários numa estação de trem e procurar padrões no número de caixas postais.

A trilha supracitada foi concebida por membros do Centro de Educação Matemática da Universidade de Monash com o auxílio de alguns alunos. Devido ao sucesso gerado por essa primeira proposta, novas trilhas que foram elaboradas e percorridas por milhares de australianos, por todo o país, assim como no sudoeste asiático. O governador geral da Austrália e pessoas renomadas, como o alpinista Edmund Hillary, também começaram a manifestar apoio a esse tipo de atividade (Blane; Jaworski, 1989; Blane 1989).

Além disso, dada a grande demanda pela trilha de Blane, os organizadores a mantiveram disponível por alguns meses, prolongando o período proposto inicialmente que era de uma semana (Shoaf *et al.*, 2004).

Contudo, naquela época, Blane e seus colaboradores queriam apenas popularizar a matemática, ou seja, não havia interesse em atender as necessidades das aulas de matemática da escola. As tarefas eram apresentadas em folhas de papel a serem preenchidas com as soluções pelos participantes. Posteriormente, essas soluções eram analisadas e, caso fosse necessário, as tarefas eram ajustadas em cada uma das folhas e para cada uma das trilhas.

Segundo Blane (1989), a filosofia subjacente a estes primeiros percursos matemáticos – destinados para pessoas de todas as idades e todos os níveis de capacidade – era que: (a) deveriam ser, sobretudo, divertidos; (b) não deveriam ser excessivamente competitivos e (c) o ambiente deveria ser utilizado para estimular a aprendizagem da matemática.

Em outras palavras, as trilhas matemáticas foram concebidas como uma forma de desenvolver a apreciação e o prazer pela matemática em situações cotidianas não ameaçadoras. Além disso, no caso das crianças em idade escolar, elas deveriam ser percebidas como uma extensão do trabalho realizado na sala de aula (Blane, 1989).

Shoaf *et al.* (2004) manifestam apoio à manutenção da filosofia originária e reforçam que as trilhas matemáticas devem ser elaboradas para todo público e não serem destinadas apenas para amantes da Matemática; elas também devem ser especialmente direcionadas àquelas pessoas que não praticam a matemática de forma consciente e cujas memórias da matemática escolar não sejam tão positivas.

A ideia das trilhas matemáticas foi ganhando espaço e sendo divulgada inclusive em eventos como o *International Commission on Mathematical Instruction* (ICM) realizado na Universidade de Leeds no Reino Unido em 1989 e cujo tema foi a popularização da matemática. No trabalho de Gurjanow *et al.* (2020) há ainda relatos de aplicação de uma trilha oficial em 1992 durante a conferência do *International Congress on Mathematical Education* (ICME-7) em Quebec no Canadá, e da criação, em 1993, das duas primeiras trilhas envolvendo a gamificação: a *The Welland Canal Math Trail* e a *The Niagara Falls Math Trail* (Ver Figura 1), ambas propostas por Eric Muller.

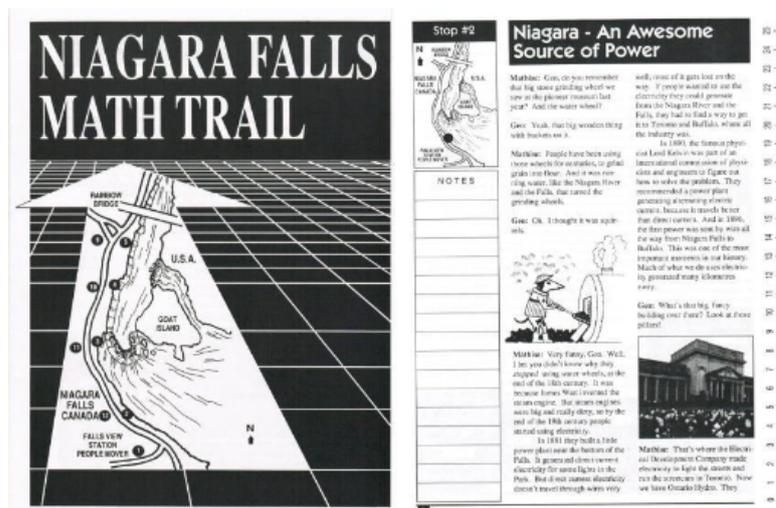


Figura 1 – Duas páginas da trilha elaborada nas Cataratas do Niágara por Eric Muller

Fonte: Gurjanow *et al.* (2020)

Nos Estados Unidos, as trilhas matemáticas iniciaram com Kay Toliver, uma professora de escola pública da cidade de Nova York, que recebeu várias premiações ao longo de sua carreira devido aos trabalhos desenvolvidos na área de ensino. A partir da sua participação como ouvinte em um curso de formação organizado para docentes daquele país, ela desenvolveu uma nova proposta para a abordagem das trilhas: a criação das tarefas pelos alunos. Além disso, ela foi a fundadora do primeiro site de trilhas matemáticas (Gurjanow *et al.*, 2020).

Contudo, devido aos avanços no campo tecnológico e à disseminação dos aparelhos celulares no mundo um grupo de pesquisadores europeus apresentou em 2012 um protótipo que permitiria explorar trilhas matemáticas sob uma nova abordagem tecnológica. Nascia nesse momento o MathCityMap, um projeto do grupo de trabalho MATIS I, vinculado à Universidade de Goethe, em Frankfurt (Alemanha).

O sistema MathCityMap

A idealização das trilhas matemáticas ao ar livre amparadas pela tecnologia aconteceu com Matthias Ludwig, professor do Instituto de Educação Matemática na Universidade de Goethe e coordenador do projeto MaSCE³ (*Math Trails in School, Curriculum and Educational Environments of Europe*). Em colaboração com outros pesquisadores foi projetada uma plataforma online e um aplicativo para smartphones, batizado de MathCityMap (MCM), o qual representa um meio digital simples de criar e compartilhar tarefas e trilhas matemáticas, por meio das possibilidades que a tecnologia moderna propicia.

Resumidamente, a plataforma web do MCM, ilustrada na Figura 2, destina-se à criação, ao compartilhamento das tarefas e trilhas e ao acompanhamento pelo docente, em tempo real, do desenvolvimento das atividades durante a realização da trilha.

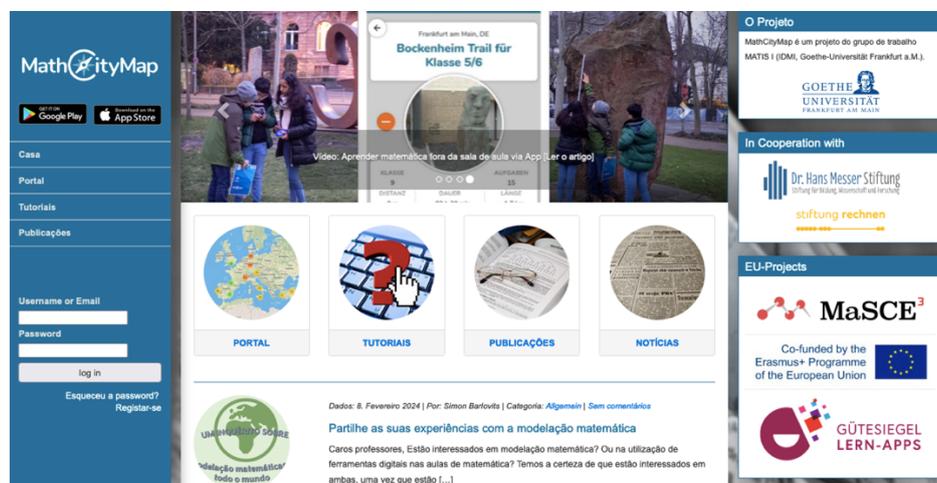


Figura 2 – Interface inicial da Plataforma MCM¹

Fonte: os autores

No que compete aos tipos de tarefas que atualmente podem ser elaboradas no MCM há dez modalidades, sendo elas: (1) múltipla escolha, (2) valor exato, (3) vetor: valor exato, (4) intervalo, (5) vetor: intervalo, (6) fração, (7) estação de informação, (8) preenche espaços em branco, (9) conjunto, (10) tarefa GPS. Ademais, existe a possibilidade de que tarefas mais elaboradas sejam divididas em subtarefas menos complexas e complementares.

Já o aplicativo móvel possibilita que os estudantes acessem as atividades para resolvê-las e serve de guia, direcionando-os para os locais onde as tarefas foram elaboradas. Ao chegar nesses locais, os participantes deverão coletar os dados necessários, formular e testar hipóteses para a resolução, discutir e resolver os problemas matemáticos estabelecidos.

Cabe mencionar ainda que as atividades propostas podem ser executadas completamente sem acesso à internet, haja vista que o aplicativo permite obter um arquivo da trilha em formato pdf. Ademais, caso os estudantes encontrem dificuldades na resolução de alguma tarefa eles poderão tentar superá-las por meio de consultas às dicas que, por sua vez, são formuladas pelos proponentes e disponibilizadas no aplicativo para a devida utilização durante a realização da trilha.

¹ Disponível em: <https://mathcitymap.eu/pt/>

A Figura 3 apresenta à esquerda a tela inicial do aplicativo móvel, no centro temos a visão inicial, ao clicar em “procurar trilhos”, das trilhas disponíveis que são apresentadas ao usuário de acordo com a menor distância ao local em que o aplicativo é utilizado, e finalmente à direita temos o exemplo de uma tarefa pertencente à trilha “Caminhada matemática no Parque do Alvorecer”.

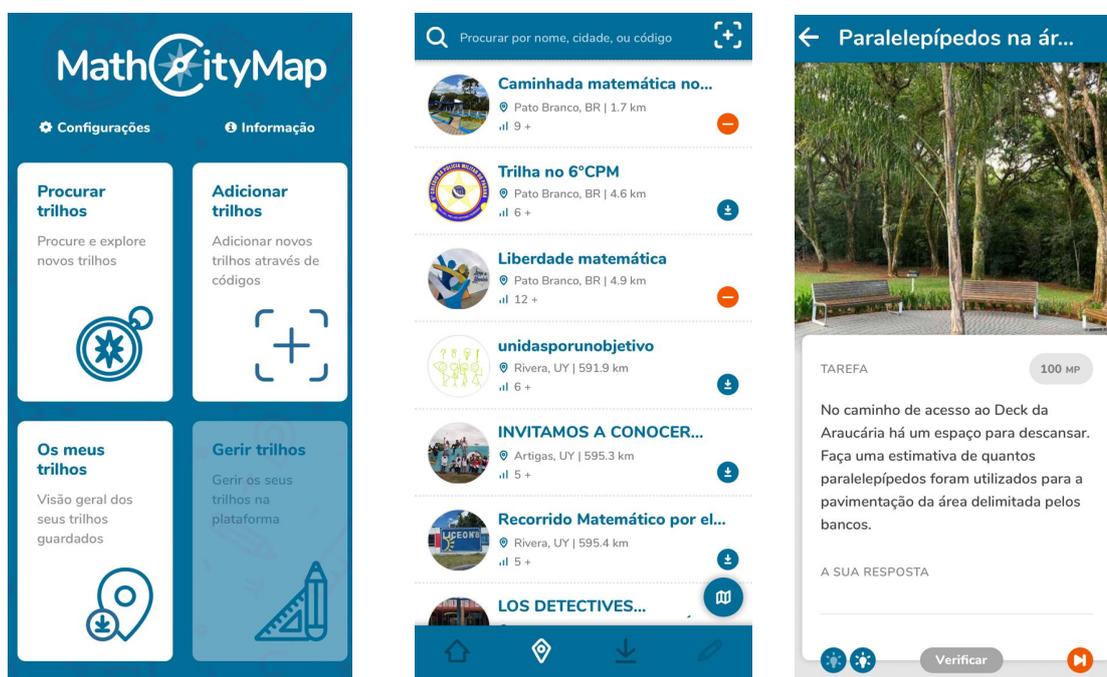


Figura 3 – Interfaces do aplicativo MCM

Fonte: os autores

Ao ser inserida a resposta para uma determinada tarefa, esta é imediatamente verificada pelo aplicativo e um feedback instantâneo é fornecido aos estudantes, indicando se a solução está correta, parcialmente correta (para o caso das questões do tipo intervalo) ou incorreta. Caso esteja incorreta, os estudantes podem fazer novas tentativas, inserindo outras respostas, ou pular a tarefa em questão.

Além disso, após validarem a sua resposta, os alunos têm acesso ao “Exemplo de solução”, fornecido no MCM, permitindo assim a comparação das respostas e das estratégias utilizadas na resolução da respectiva atividade. Concluindo uma tarefa, os estudantes são direcionados para a tarefa seguinte por meio de indicações em um mapa que também é disponibilizado no aplicativo do MCM.

A utilização de aplicativos móveis, como exemplificado na Figura 3, ilustra uma possibilidade de abordagem inovadora para o ensino da matemática. Ao apresentar uma interface intuitiva onde os alunos podem procurar e acessar trilhas de aprendizagem, como a “Liberdade Matemática” ou “Trilha no 6º CPM”, o aplicativo promove uma experiência de ensino mais dinâmica e interativa. Esse uso

de tecnologia educacional no ensino da matemática se alinha com a visão de Zarpelon *et al.* (2022) que defendem a superação das abordagens tradicionais de ensino centradas na fala docente, na leitura de um livro ou na passividade do aluno, incentivando uma participação mais ativa e engajada por meio de ferramentas tecnológicas.

No entanto, a proposta de abordar a matemática sob a perspectiva educacional utilizando o sistema MCM ainda é insipiente no Brasil, conforme apresentado na seção a seguir.

Trilhas matemáticas mediadas pelo MCM no Brasil

No Brasil, atualmente existem 5 trilhas divulgadas em caráter “público” no sistema MCM: 3 trilhas no sul do país, mais especificamente na cidade de Pato Branco (Paraná); 1 trilha na região Sudeste, na cidade do Rio de Janeiro (Rio de Janeiro) e 1 no Nordeste, na cidade de Limoeiro do Norte (Ceará). Esse panorama pode ser observado por meio da Figura 4.



Figura 4 – Trilhas disponíveis atualmente no Brasil, publicadas no portal MCM

Fonte: Portal MCM

Em termos de publicação acadêmica, os primeiros trabalhos acerca das trilhas matemáticas mediadas pelo MCM foram desenvolvidos, a partir de 2021, por pesquisadores da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Pato Branco.

Para além da pesquisa, esses docentes da UTFPR – PB também desenvolvem ações vinculadas ao ensino e à extensão, ou seja, tais ações estão relacionadas ao tripé que fundamenta a universidade, as quais passam a ser descritas a seguir:

1. Ações vinculadas ao ensino:

A primeira ação relacionada ao ensino ocorreu em 2021 na disciplina de Matemática IV do Curso Técnico Integrado em Agrimensura. Na ocasião, devido às restrições do período pandêmico, foram aplicadas duas trilhas, em caráter experimental, para um pequeno grupo de alunos.

Cabe mencionar que ambas as trilhas foram elaboradas após a participação de dois docentes no curso de formação online intitulado *Task Design for Math Trails*, ofertado por pesquisadores vinculados ao projeto europeu MaSCE³. Elas foram desenvolvidas em dois pontos turísticos da cidade de Pato Branco e constam no rol das trilhas publicadas no sistema MCM (Ver Figura 4).

Considerando o Ensino Superior, nos anos de 2022 e 2023, foi desenvolvido o projeto “Trilhas ao ar livre mediadas pela tecnologia: uma proposta para inovar nas aulas de matemática” vinculado à disciplina de Tendências em Educação Matemática do curso de Licenciatura em Matemática. Esta disciplina discute as configurações de aulas de matemática à luz de diferentes tendências, dentre elas as tecnologias. Neste tópico, os estudantes têm a oportunidade de propor tarefas e desenvolver trilhas matemáticas com o uso do MCM ao mesmo tempo em que participam como sujeitos, percorrendo as trilhas desenvolvidas pelos colegas e professores.

2. Ações vinculadas à pesquisa

O primeiro trabalho de pesquisa desenvolvido pelo grupo foi “Trilhas matemáticas por meio do MathCityMap: apontamentos iniciais acerca da proposta piloto em Pato Branco” que tinha como objetivo identificar as potencialidades e limites na utilização das trilhas matemáticas, apoiadas pelo recurso tecnológico do MathCityMap, para a aprendizagem de matemática “fora” da sala de aula. Este estudo foi apresentado no 8º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) em 2021 e publicado nos anais do evento.

Derivado desse estudo, foi publicado o artigo “Trilhas Matemáticas e Metodologias Colaborativas: possíveis conexões” no periódico Boletim do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (Boletim GEPEM), em 2022. Essa pesquisa objetivou apresentar as trilhas matemáticas como uma estratégia metodológica colaborativa.

Em 2023 uma bolsista de Iniciação à Pesquisa Júnior (vinculada ao Ensino Médio de uma escola pública) atuou na elaboração de tarefas e proposição de trilhas a estudantes do Ensino Fundamental. Essa estudante foi a autora da terceira trilha publicada no Paraná e divulgada no portal do MCM.

Em 2023 e 2024 foram elaboradas três pesquisas envolvendo o desenvolvimento das trilhas: “Trilhas matemáticas ao ar livre e Modelagem Matemática: um olhar para produções sobre esta

temática”, “Tessitura de tarefas de trilhas matemáticas e questão da autenticidade” e “Conhecimentos revelados por professores em formação inicial nas atividades de trilhas matemáticas ao ar livre”.

As pesquisas supracitadas se encontram em processo de avaliação nos periódicos e/ou eventos para os quais foram submetidas e contemplam aportes teóricos tais como: aprendizagem cooperativa e autonomia estudantil (Zender; Ludwig, 2016); emoções positivas e maior interesse pela matemática (Cahyono; Ludwig, 2019; Cahyono; Miftahudin, 2018); aspectos relacionados com a modelagem matemática (Almeida; Castro, 2023); autenticidade em tarefas matemáticas (Buchholtz; Mesroglu; 2013; Weiss *et al.*, 2009; Almeida; Omodei, 2022) e conhecimentos específicos do professor de/que ensina matemática.

3. Ações vinculadas à extensão

No que tange à extensão, o projeto foi apresentado, em 2023, no 9º Encontro Nacional de Licenciaturas (ENALIC) em Lajeado (RS), sob a forma de oficina para estudantes e professores. Ainda no referido ano, estudantes vinculados ao Projeto Institucional de Iniciação à Docência (PIBID) desenvolveram trilhas e as percorreram com alunos do Ensino Fundamental e Médio de escolas públicas de educação básica do município de Pato Branco.

Em 2024 foram oferecidas oficinas no 9º Encontro do Hotel de Hilbert, evento realizado em Natal (RN) e direcionado a estudantes de escolas públicas de todo o país premiados na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e com notáveis desempenhos no Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC). Esses estudantes formularam tarefas matemáticas que, posteriormente constituíram trilhas, as quais foram percorridas por seus pares.

Além disso, atualmente está sendo ofertado um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em parceria com a Secretaria Municipal de Educação de Pato Branco, que abrange o desenvolvimento de tarefas e trilhas matemáticas ao ar livre mediadas pelo MCM.

Sobre a proposta de minicurso

Nossa proposta de minicurso está inserida no contexto da criação de tarefas para a composição de trilhas matemáticas ao ar livre, apoiadas pela ferramenta digital MCM, como uma das possibilidades de “inovar” o ensino interconectado com a cultura digital.

Para o desenvolvimento adequado do minicurso é impreterível que os inscritos estejam munidos com computadores portáteis (notebooks), assim como de celulares ou tablets. A proposta é que ele seja desenvolvido em 2h30min a partir das seguintes etapas:

- Etapa 1: apresentação do contexto histórico e dos principais aportes teóricos que sustentam a proposta de ensinar matemática por meio de trilhas ao ar livre;
- Etapa 2: apresentação do sistema MCM (plataforma web e aplicativo), especialmente no que diz respeito aos tipos de tarefas que ele comporta;
- Etapa 3: caminhada pelos arredores onde o minicurso será conduzido para os participantes tirarem fotografias de objetos com potencial para a exploração de conteúdos matemáticos, coletarem informações referentes aos objetos e elaborarem algumas tarefas;
- Etapa 4: retorno à sala para a inserção das tarefas elaboradas pelos grupos no sistema MCM;
- Etapa 5: construção de uma trilha matemática com as tarefas elaboradas de forma colaborativa pelos participantes do minicurso.

O minicurso será ministrado pelas três docentes proponentes, que farão a condução de forma expositiva e dialogada com os participantes. Em particular, no momento da construção das tarefas ao ar livre (etapa 3) as docentes farão o acompanhamento dos grupos. Dessa forma, para o bom andamento do minicurso recomenda-se um público máximo de 30 participantes.

Considerações finais

Dentre as principais aprendizagens oriundas das experiências que têm sido implementadas pelas autoras da proposta em tela destacam-se: i) ao percorrer as trilhas os estudantes passam a vivenciar de forma mais tangível a aplicabilidade prática de conceitos matemáticos em situações ao ar livre; ii) a elaboração das tarefas de trilhas matemáticas, mediadas pelo MCM, promove não apenas uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, mas também leva o proponente a estabelecer uma conexão mais sólida com e entre os conteúdos estudados; iii) o desenvolvimento das trilhas, mediadas pelo MCM, contribui para que os professores e estudantes adquiriram e/ou aprimorem habilidades essenciais para lidar com tecnologias emergentes.

Em particular, no que compete ao trabalho desenvolvido junto aos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática houve a aproximação desse público com docentes e alunos da rede básica de ensino. Além disso, importantes reflexões foram tecidas com os licenciandos sobre a importância de estes serem protagonistas na criação de ambientes que permitam aos seus alunos serem agentes ativos de sua própria aprendizagem. Para tanto, diversificar as práticas pedagógicas é importante e utilizar - com consciência crítica, mediante análise das contribuições, potencialidades e possíveis limitações - diferentes tecnologias digitais para apoiar a aprendizagem é uma das alternativas para promover o engajamento e autonomia estudantil.

Também foi possível observar avanços no que diz respeito à escrita do enunciado e apresentação das informações obrigatórias relacionadas às tarefas, as quais encontram-se detalhadas no sistema MCM. Acreditamos que estabelecer uma questão bem-posta, isto é, que não gere dúvidas, é um ponto relevante em termos de formação acadêmica de futuros professores de matemática.

No entanto, à vista do que já foi exposto, talvez a principal contribuição desta proposta de minicurso seja fazer com que os professores e/ou futuros professores de matemática reflitam sobre práticas pedagógicas inovadoras e tecnológicas para o contexto educacional, potencializando experiências, e contribuindo para que eles se tornem mediadores de espaços tecnológicos de discussão, pesquisa e inovação. E, numa perspectiva mais ampla, contribuir para a divulgação e popularização da matemática, por meio das trilhas matemáticas ao ar livre.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; CASTRO, É. M. V. O planejamento como estratégia metacognitiva em atividades de modelagem matemática. **Revista Espaço Pedagógico**, Passo Fundo, v. 30, e14922, 2023.

ALMEIDA, L. M. W.; OMODEI, L. B. C. Autenticidade em Atividades de Modelagem Matemática: em busca de um design. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 24, n. 3, p.108-144, 2022.

BLANE, D. **Mathematics trails**. In: ICMI - Papers on The Popularization of Mathematics. Leeds, UK, 1989.

BLANE, D.; CLARKE, D. (1984). **A Mathematics Trail Around the City of Melbourne**. Monash Mathematics Education Centre, Monash University.

BLANE, D.; JAWORSKI, J. Mathematics on the Move. **IMA Bulletin**, v. 25, p. 114–116, 1989.

BUCHHOLTZ, N.; MESROGLI, S. **A whole week of modelling—examples and experiences of modelling for students in mathematics education**. In: Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice, pp. 307-316. Dordrecht: Springer Netherlands. 2013.

CAHYONO, A. N.; LUDWIG, M. Teaching and Learning mathematics around the city supported by the use of digital technology. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 15, n. 1, p. 2-8, 2019.

CAHYONO, A. N.; MIFTAHUDIN, M. Mobile technology in a mathematics trail program: how does it works? **Unnes Journal of Mathematics Education**, v. 7, n. 1, p. 24-30, 2018.

GURJANOW, I. *et al.* **MathCityMap: Popularizing Mathematics around the Globe with Math Trails and Smartphone**. In: LUDWIG, M.; JABLONSKI, S.; CALDEIRA, A.; MOURA, A. (Eds.), Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age, p. 103-110, 2020.



SHOAF, M. M. *et al.* J. **Math Trails**. COMAP, 2004. ISBN: 0-912843-76-4.

ZARPELON, E. *et al.* Trilhas Matemáticas e Metodologias Colaborativas: possíveis conexões. **Boletim GEPEM**, n. 80, p. 61–81, 2022.

ZENDER, J.; LUDWIG, M. **MathCityMap (MCM): from paper to smartphone – a new approach of an old concept**. *In: International Congress On Mathematical Education, 13., Hamburg. Anais...Hamburg (Germany): p. 24 –31, 2016.*

WEISS, M. *et al.* Teachers’ perspectives on “authentic mathematics” and the two-column proof form. **Educational Studies in Mathematics**, v. 70, n. 3, p. 275-293, 2009.