

## A OBRA *MATEMÁTICA* DE ARY QUINTELLA E AS IDEIAS DE VOLUME

Ana Cristina Dellabetta  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste  
anacristinadellabetta@hotmail.com

Dulcyene Maria Ribeiro  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste  
dulcyenemr@yahoo.com.br

Jean Sebastian Toillier  
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste  
jeant3000@yahoo.com.br

### **Resumo:**

Apresentamos no presente artigo algumas considerações feitas a partir de um estudo da obra *Matemática*, de 1971, de Ary Quintella em relação a sua abordagem do cálculo do volume de um cilindro. Essa análise se deu a partir de um livro didático de Matemática que faz parte do acervo de livros antigos do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) da c e verificamos como o autor utiliza as noções de cálculo diferencial e integral para explicar a fórmula para o cálculo do volume do cilindro no antigo segundo grau, que corresponde ao atual ensino médio. Dessa forma, fazemos um breve comparativo com o ensino atual desse conteúdo, apontando modificações entre as representações em um livro didático de Matemática atual com a época. Além disso, tecemos considerações acerca da postura teórica do autor uma vez que o livro foi produzido em um momento que circulavam as ideias do Movimento da Matemática Moderna (MMM). Assim, pudemos tecer compreensões acerca do ensino de Matemática por parte de um autor num certo período e entender alguns aspectos da História da Educação Matemática e o potencial que uma pesquisa em um acervo de livros antigos pode ter.

**Palavras-chave:** Ary Quintella. Volume do Cilindro. Livros Didáticos de Matemática. História da Educação Matemática.

### **Introdução**

O presente trabalho<sup>1</sup> tem origem em um projeto desenvolvido no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do curso de Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste, o qual reuniu livros antigos já existentes no LEM e centenas de outros livros antigos, resultados de doações recebidas de escolas, da Biblioteca da Unioeste do *campus* de Cascavel e de alguns professores do curso.

---

<sup>1</sup> O presente trabalho é fruto dos estudos desenvolvidos no projeto de iniciação científica, apoiado pelo CNPq.

O acervo conta atualmente com 487 obras, que abarcam várias áreas do conhecimento, a maioria dos livros são didáticos e abrangem desde o ensino fundamental até o ensino superior, porém em sua grande maioria livros didáticos de Matemática.

Dentre alguns objetivos do projeto em desenvolvimento, temos o de conhecer os livros existentes no acervo do LEM e, a partir deles, identificar as obras mais significativas para a Educação Matemática brasileira, levando em consideração o período em que elas foram lançadas, o seu alcance e a sua utilização no ensino brasileiro e se as obras foram influentes a ponto de servirem como obra de referência num determinado período. Além disso, é também um objetivo estudar os movimentos do ensino de Matemática que ocorreram no Brasil a partir da década de 1930, a fim de compreender as modificações no ensino da disciplina e como isso afetou a produção de livros didáticos. Por isso, buscamos informações sobre os autores das obras mais destacadas<sup>2</sup>, apontando aspectos sobre a sua relevância para a produção de livros didáticos de Matemática.

Antonio Vicente Marafioti Garnica, em uma entrevista que compõe o trabalho de Hirata (2009), ressaltou que esse olhar para os livros didáticos é um dos elementos que compõe uma forma de se escrever a História da Educação Matemática no Brasil.

Para Silva da Silva, a análise histórica do livro didático não é tarefa simples.

É, sim, necessário um olhar mais atento a seu autor, à contextualização do livro e, principalmente, um olhar despido de preconceitos. Os olhos que examinam devem, a princípio, vencer algumas dificuldades básicas, como o confronto com uma linguagem fora de uso, a escassa referência ao número de edições e a falta de informações sobre seus autores, em geral, professores de matemática e não matemáticos (SILVA DA SILVA, 2000, p. 110).

Durante a análise das obras do acervo do LEM, o livro intitulado *Matemática* do autor Ary Quintella, 1971, chamou-nos a atenção por utilizar a ideia de limite para abordar e, também, deduzir as fórmulas do cálculo de volume do cilindro circular e volume do cone. Por isso, resolvemos fazer um estudo mais detalhado sobre essa obra e alguns resultados parciais serão apresentados no decorrer desse texto.

---

<sup>2</sup> O termo “obras mais destacadas” diz respeito a uma avaliação feita pelos autores do presente texto de forma a classificar algumas obras como diferenciadas entre as várias que compõem o acervo, seja por ser de um período que julgamos relevante, ou por possuir um autor de renome na área ou por tratar de uma temática que nos chame atenção.

## Ary Quintella - Dados Biográficos

Ary Norton de Murat Quintella nasceu em 1906, em São Paulo e faleceu em 2 de dezembro de 1968, no Rio de Janeiro. Apesar de ser paulista, a partir do ensino secundário teve sua vida de estudante e profissional no Rio de Janeiro. Estudou no Colégio Pedro II, formou-se na Escola Militar e foi professor desde 1937 do Colégio Militar do Rio de Janeiro. Com longa trajetória nos meios educacionais, Quintella foi professor, também, do Instituto de Educação no período 1950-60, participou da organização dos programas de Matemática para os cursos comercial básico e técnico e atuou em numerosas comissões e bancas de concursos de professores de matemática. (THIENGO, 2001 *apud* VALENTE, 2007). Uma das comissões da qual fez parte, foi a comissão mista de professores de matemática e desenho, constituída para estudar a uniformização e simplificação da nomenclatura e símbolos comuns às duas disciplinas, a convite do Ministério da Educação, conforme Moura (2012, p. 81).

Segundo Valente (2008, p. 154) a carreira profissional de Ary Quintella lhe permitiu fazer parte do quadro da Companhia Editora Nacional e os livros didáticos de matemática de sua autoria foram transformados em best-sellers educacionais.

No início dos anos 1950, suas obras para o ginásio e para o colégio alcançaram várias dezenas de edições. Esse autor garantiu à Editora grande parte do mercado do Rio de Janeiro, rivalizando com as concorrentes cariocas, que sempre se mantiveram à frente na produção de obras didáticas de matemática. Quintella e Stávale<sup>3</sup>, nos anos 1940, seriam os grandes autores da Companhia Editora Nacional a compor a vulgata do período. (VALENTE, 2008, p. 154-155).

A Companhia Editora Nacional foi uma editora brasileira fundada em 1926 e em 1980 passou a fazer parte do Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas. Inovadora em muitos aspectos da concepção, produção e distribuição de livros, a Companhia Editora Nacional dedicou-se especialmente à publicação de obras didáticas e teve um crescimento acelerado, conforme Valente (2007, p. 361). Desde a Reforma Francisco Campos, a editora teve autores de sucesso na elaboração desses textos didáticos, como os mencionados Stávale e Ary Quintella.

---

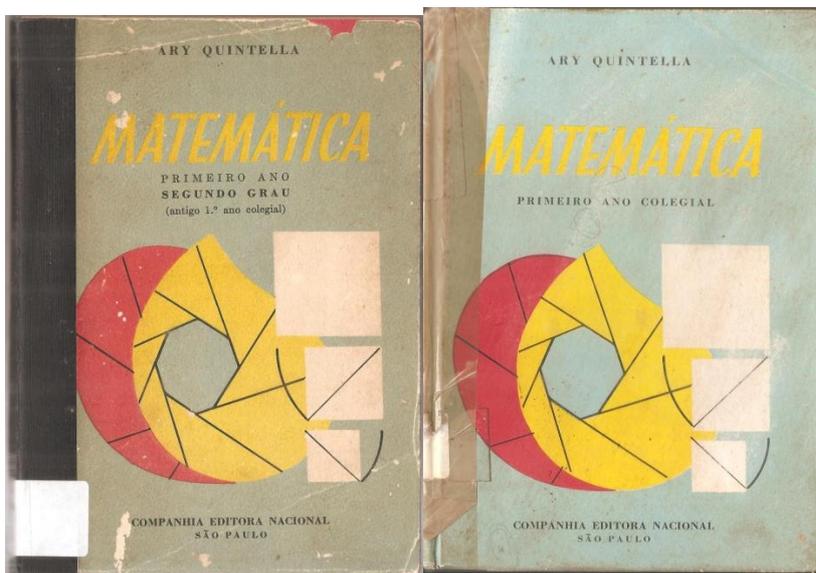
<sup>3</sup>Jacomo Stávale nasceu em 1882, no Rio de Janeiro, foi professor de Matemática e escritor brasileiro e faleceu em 1956.

### A obra *Matemática* de Ary Quintella

Dentre os livros pertencentes ao acervo do projeto mencionado na introdução, encontramos duas edições da obra *Matemática* de Ary Quintella, publicadas pela Companhia Editora Nacional. A versão publicada em 1971 é a 33ª edição, tem 263 páginas e é destinada para os alunos do primeiro ano do segundo grau. Mas comparando à 31ª edição de 1970, do mesmo autor, a única alteração é em relação ao que antes se chamava primeiro ano colegial e com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) de 1971 passa a ser denominado primeiro ano do segundo grau. É mantido inclusive o nome da obra, as dimensões físicas, o estilo gráfico da capa, a disposição dos conteúdos, os exercícios, os exemplos, as figuras e o número de páginas, o que pode ser ilustrado nas imagens seguintes:

**Figura 1:** Capa da obra *Matemática*, de Ary Quintella, 33ª edição, 1971.

**Figura 2:** Capa da obra *Matemática*, de Ary Quintella, 31ª edição, 1970.



**Fonte:** Imagens digitalizadas dos livros *Matemática*, pertencentes ao acervo do LEM.

O livro *Matemática* do primeiro ano do segundo grau, de 1971, que é o que analisamos, com mais profundidade está dividido em quatro unidades didáticas, são elas: I - Progressões (aritméticas e geométricas); II - Logaritmos e equações exponenciais; III -

Retas e planos, superfícies e poliedros em geral, corpos redondos usuais, definições e propriedades, áreas e volumes; IV - Secções cônicas.

O autor utiliza definições, teoremas e algumas demonstrações, para compor sua obra, algo que está mais próximo dos atuais cursos superiores do que atual ensino médio. Ao final dos capítulos, Quintella, exhibe uma lista com vários exercícios para serem resolvidos pelo aluno em seu próprio caderno e ao final do livro uma lista com questões de concursos de 1961 a 1963. Até a lista de exercícios, se mantem inalteradas nos exemplares de 1970 e de 1971, indicando que não houve sequer, em qualquer uma das edições, uma atualização, considerando os concursos posteriores a 1963 que possam ter havido. Essas manutenções de uma edição pra outra são previsíveis, já que o autor faleceu em 1968. Mas será que mudanças significativas aconteceram em edições anteriores?

Apesar das ideias do Movimento de Matemática Moderna (MMM)<sup>4</sup> ter, no período, influenciado vários autores que reorganizaram seus livros para contemplar as alterações propostas pelo movimento, como Osvaldo Sangiorgi, Jacy Monteiro, Omar Catunda e Benedito Castrucci, parece não ter acontecido o mesmo com Quintella, pelo menos não de modo mais profundo.

Investigando como ocorreu a passagem da “Matemática Tradicional” para a “Matemática Moderna”, nos livros didáticos de dois autores brasileiros, Ary Quintella e Osvaldo Sangiorgi, Thiengo (2001) analisou seis obras desses autores, utilizando os recursos disponíveis nos textos, analisando os exercícios, as ilustrações, a metodologia, a contextualização e a forma de abordar o conteúdo. Thiengo finaliza seu texto

[...] explicando como os autores apropriaram de forma diferenciada a matemática Moderna. Destacam-se, no trabalho de Sangiorgi, as mudanças ocorridas de um período para outro e a forma como incorporou em suas obras a Matemática Moderna. Observa-se como foi influenciado pelo modelo americano, tornando seu maior divulgador no Brasil. Na obra de Quintella, essa relação acontece de forma inversa, resistindo o autor às mudanças propostas para a Matemática e, considerando as pressões que chegavam das diversas direções – comunidade científica, secretarias de Estado da Educação, editoras, grupos de professores. Faz uma apropriação parcial e cautelosa da Matemática Moderna em sua obra para atender a essas exigências, sem descaracterizar suas concepções em torno da Matemática. Verifica-se que os autores pesquisados posicionaram-se de trajetórias individuais e pelas relações que possuíam com a Matemática e a

---

<sup>4</sup>O Movimento da Matemática Moderna foi um movimento internacional do ensino de matemática que surgiu na década de 1960 como uma proposta de reforma para o ensino da Matemática, que priorizava a unificação da Matemática por meio da teoria dos conjuntos e do estudo das suas estruturas fundamentais. (Cousin, 2011)

comunidade acadêmica da época. (Relação de dissertações em História da Educação Matemática defendidas no Brasil entre 1984 e 2010. Disponível em:

<[https://www.fe.unicamp.br/hifem/\\_i/Relacao\\_dissertacoes\\_HEMdefendidas1984a2010.pdf](https://www.fe.unicamp.br/hifem/_i/Relacao_dissertacoes_HEMdefendidas1984a2010.pdf)>)

### As ideias de volume na obra Matemática

Ary Quintella inicia o capítulo sobre cilindro definindo-o como “o corpo limitado por uma superfície cilíndrica fechada e duas seções planas paralelas que cortam todas as geratrizes” (QUINTELLA, 1971, p.182. Grafia como no original). Em seguida define Cilindro Circular, Cilindro de Revolução e na quarta definição diz que “o cilindro circular pode, ainda, ser considerado o limite de um prisma inscrito, cujo número de lados da base cresce indefinidamente” (QUINTELLA, 1971, p.182. Grafia como no original). Após essas definições o autor cita uma propriedade do cilindro circular que “de acôrdo com a quarta definição o cilindro é o limite de um prisma, logo gosará tôdas as propriedades do prisma” (QUINTELLA, 1971, p.182. Grafia como no original). Na sequência aborda o cálculo do volume do cilindro, considerando as relações estabelecidas para o cálculo da área lateral e área da base para os prismas, nas páginas 137 a 139, com  $p$  = perímetro,  $a$  = apótema da base,  $h$  = altura,  $B$  = área da base,  $r$  = raio.

**3.Área lateral, total e volume.** Representemos por  $S_l$ ,  $S_t$  e  $V$  a área lateral, a total e o volume de um cilindro  $C$  e por  $S'_l$ ,  $S'_t$  e  $V'$  a área lateral, a total e o volume de um prisma  $P$  de base regular, inscrito no mesmo cilindro (fig. 92), teremos

$$S'_l = 2ph$$

$$S'_t = 2p(h+a)$$

$$V' = Bh$$

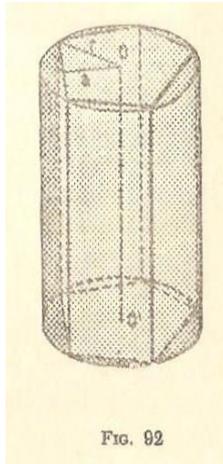
Se o número de arestas na base do prisma crescer indefinidamente, o perímetro  $2p$  será a circunferência  $2\pi r$  da base, o apótema  $a$  da base tem para limite o raio  $r$  e a área da base tem para limite  $\pi r^2$ . A altura  $h$  é constante.

Assim, para o cilindro tem-se:

$S_l = 2\pi rh$	$S_t = 2\pi r(h + r)$	$V = \pi r^2 h$
-----------------	-----------------------	-----------------

A figura seguinte é a representação utilizada pelo autor para ilustrar o número de arestas da base do prisma:

**Figura 3:** Cilindro circular.



**Fonte:** Imagem digitalizada do livro *Matemática*, de Ary Quintella, 33ª ed., 1971.

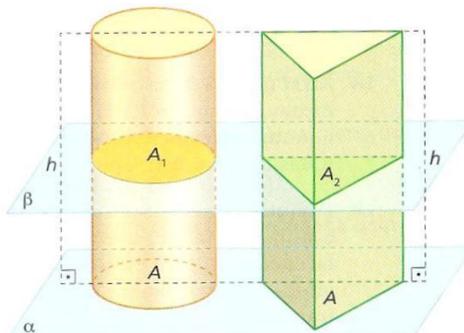
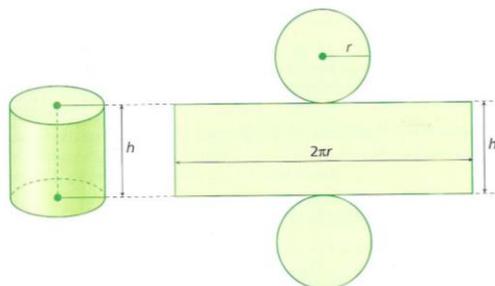
Diferente de outros autores, Quintella não expõe a fórmula pronta, mas utiliza uma ideia de limite, para que por meio dos conhecimentos prévios o estudante chegue ao resultado desejado. Para isso, ele utiliza as fórmulas já vistas no estudo dos prismas, e partindo delas utiliza a ideia de limite para então chegar às fórmulas para área lateral, área total e volume do cilindro.

Observando livros atuais e também alguns da década de 1970, a maioria utiliza a planificação dos sólidos para a explanação das fórmulas de área total e área lateral e simplesmente admitem que o comprimento do retângulo que forma a lateral do cilindro tem comprimento  $2\pi r$ , sem estabelecer discussões. Para tratar do volume usam o Princípio de Cavalieri, mas a fórmula já é apresentada pronta, sem fazer relação ao Princípio de Cavalieri e à fórmula. As imagens seguintes de um livro didático de matemática, do ano de 2008, ilustram o que acabamos de informar:

**Figura 4:** Área da superfície do cilindro e Volume do cilindro.

### 1.3 Área da superfície de um cilindro reto

Imagine que a superfície de um cilindro reto seja revestida de papel.  
Recortando o papel nas bases e, ao longo de uma geratriz, obtemos a **planificação** da superfície do cilindro.  
A planificação é composta de dois círculos e de uma superfície retangular, em que a medida de um dos lados é igual ao comprimento da circunferência da base ( $2\pi r$ ) e a medida do outro lado é igual à altura do cilindro ( $h$ ).



**Fonte:** Imagem digitalizada do livro *Matemática: construção e significado*, de Juliane Barroso, 1ª ed., 2008.

Ary Quintella ainda aborda sobre secção meridiana, cilindro equilátero, semicilindro, cilindros semelhantes, relações entre as áreas e os volumes dos cilindros semelhantes, tronco de cilindro e desenvolvimento da superfície lateral, em que nesse último ele admite que a base do retângulo da superfície lateral de um cilindro de revolução é a circunferência retificada ( $2\pi r$ ).

Vale ressaltar que, na maioria das escolas brasileiras de educação básica, não são trabalhados os conceitos e ideias sobre limites, ou seja, não é ensinado o Cálculo Diferencial, o que dificulta a utilização do limite para abordagem e dedução das fórmulas de volumes, como fez Quintella na obra analisada.

Primo (2013, p. 25-26), ao discutir sobre cálculo de volume no ensino médio, considera três alternativas: a apresentação clássica de Euclides, aperfeiçoada por autores modernos como Legendre e Hadamard; utilizar o cálculo infinitesimal; e o Princípio de Cavalieri. Ao longo da história da Matemática houve estudos que discutiam ser necessário o conceito de limite para os cálculos de volume. David Hilbert apresentou, no Congresso Internacional da Matemática, em 1900, um problema relacionado ao cálculo de volume de tetraedros. Seu aluno, Max Dehn, demonstrou que realmente é essencial usar limites para calcular volumes.

Como as ideias sobre limite, de modo geral, não são tratadas nas escolas atualmente Primo (2013, p.26.) concluiu que o uso do cálculo infinitesimal é o mais geral, que apresenta maior quantidade de apresentações e é definitivo, mas esse tipo de abordagem, pelo rigor necessário, pode gerar problemas de natureza didática. Por isso, a forma mais comumente

utilizada para tratar do cálculo de volume é o Princípio de Cavalieri, que embora sendo um teorema, normalmente é admitido como um axioma.

## **Conclusão**

A impregnação das ideias do Movimento da Matemática Moderna no Brasil foi imensa, mas, como já mencionamos, Ary Quintella não se importou em aderir à onda do Movimento da Matemática Moderna. Seria ele um autor que se posicionou contra o MMM? Acredita-se que independente das suas convicções em relação ao ensino, a reputação de Quintella era considerável, já que mesmo após sua morte, seu livro continuou a ser publicado, sem qualquer alteração de conteúdo. Modificaram apenas o nome do público a que a obra se destinava para atender à Lei de Diretrizes e Bases da Educação, aprovada em 1971, e o que antes se chamava primeiro ano colegial, passou a ser denominado primeiro ano do segundo grau.

Notamos que a distinção do ensino de volume dos cilindros pode ser uma marca de suas convicções acerca do ensino de Matemática, nas quais uma relação com o cálculo diferencial, mesmo que em níveis anteriores ao superior, deve ocorrer, constituindo uma justificativa plausível para o ensino dos conceitos geométricos por ele tratados. Dessa forma, também podemos fazer um paralelo com o ensino atual desse conteúdo e verificar que, praticamente meio século depois, o ensino dessa disciplina passou por algumas modificações no que diz respeito ao antigo segundo grau e o atual ensino médio, tanto nas orientações curriculares, nos livros didáticos e na prática de professor atual.

Entendemos que essas considerações foram possíveis graças a uma pesquisa em livros didáticos que são considerados antigos e que não tem mais uma “utilidade” para o ensino atual. Dessa forma, acreditamos no potencial que um acervo de livros didáticos antigos tem para nos possibilitar discussões acerca da História da Educação Matemática, ressaltando aspectos relativos ao seu ensino e à apresentação dos conteúdos matemáticos. Assim, acreditamos que é possível entender mais sobre a postura de um autor como Ary Quintella frente ao ensino de Matemática em um momento de modificações estruturais do ensino de Matemática trazidas pelo Movimento da Matemática Moderna e compreender como ele pode ter sido afetado ou não por isso.

## Referências

BARROSO, J. M. **Matemática: construção e significado**. São Paulo: Moderna, 2008.

COUSIN, A. de O. A. **O Movimento da Matemática Moderna nos boletins da Sociedade Paranaense de Matemática**. Rev. Diálogo Educ., Curitiba, v. 11, n. 34, p. 751-768, set./dez. 2011.

DUTRA, E. F. Companhia Editora Nacional: Tradição Editorial e Cultura Nacional no Brasil dos anos 30. **Anais do I Seminário Brasileiro sobre Livro e História Editorial**. Rio de Janeiro: Casa de Rui Barbosa. 8 a 11 de novembro de 2004.

HIRATA, V. **Catálogo de livros antigos: um exercício em educação matemática**. Iniciação Científica. Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho, campus de Bauri. 2009.

JACOMO Stávale. Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Jacomo\\_Stávale](https://pt.wikipedia.org/wiki/Jacomo_Stávale)>. Acesso em: 24 Abr. 2017.

MOURA, E. C. M. **O Ensino de Matemática na Escola Industrial de Cuiabá/MT no Período de 1942 a 1968**. 2012. 127f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2012.

PRIMO, M. E. **O princípio de Cavalieri para o cálculo de volumes no ensino médio: algumas possibilidades**. 2013. 79f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

QUINTELLA, A. **Matemática: primeiro ano do segundo grau**. 33 ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1971.

QUINTELLA, A. **Matemática: primeiro ano do colegial**. 31 ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1970.

RELAÇÃO de dissertações em História da Educação Matemática defendidas no Brasil entre 1984 e 2010. Disponível em: <[https://www.fe.unicamp.br/hifem/i/Relacao\\_dissertacoes\\_HEMdefendidas1984a2010.pdf](https://www.fe.unicamp.br/hifem/i/Relacao_dissertacoes_HEMdefendidas1984a2010.pdf)>. Acesso em: 10 maio 2017.

SILVA DA SILVA, C. M. O livro didático de Matemática no Brasil no século XIX. In: FOSSA, J. A. (Org.) **Facetas do diamante: ensaios sobre Educação Matemática e História da matemática**. Rio Claro: SBHMat. 2000. p. 109-162.

THIENGO, E. R. **A Matemática de Ary Quintella e Osvaldo Sangiorgi: um estudo comparativo**. 2001. 153f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2001.

TOLEDO, M. R. A. Pedagogia, política e mercado editorial: Análise da coleção Atualidades Pedagógicas. In: **História da Escola em Portugal e no Brasil** – circulação e apropriação de modelos culturais. Lisboa: Edições Colibri, 2006. pp. 201-232.

VALENTE, W. R. No tempo em que normalistas precisavam saber Estatística. **RBHM**, Especial no 1, p. 357-368, 2007.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetiké** – Cempem – FE – Unicamp. v. 16, n. 30, 2008.